

Mata Kuliah : Perancangan Struktur Beton

Kode : TSI-303

SKS : 3 sks

# Kolom Dengan Gaya Tekan Aksial Eksentris

## Pertemuan - 10



[www.upj.ac.id](http://www.upj.ac.id)



upj\_bintaro

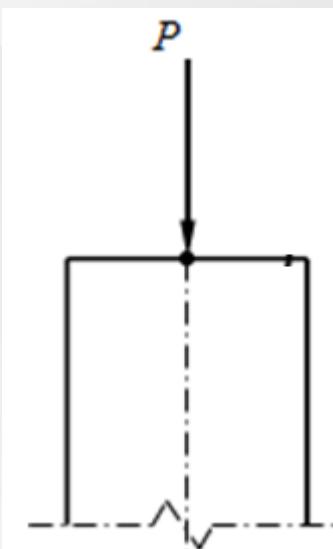


upj\_bintaro

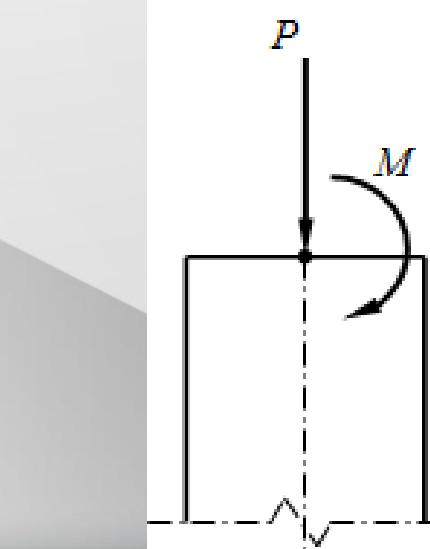
- Sub Pokok Bahasan :

- Keruntuhan Seimbang, Tarik dan Tekan
- Diagram Interaksi Kolom

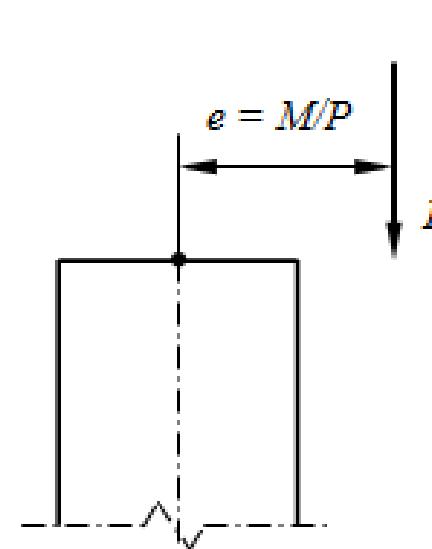
- Pada umumnya selain beban aksial tekan, kolom pada saat yang bersamaan juga memikul momen lentur
- Ketika sebuah elemen kolom diberi beban aksial,  $P$ , dan momen lentur,  $M$ , maka biasanya dapat diequivalkan dengan beban  $P$  yang bekerja pada eksentrisitas,  $e = M/P$



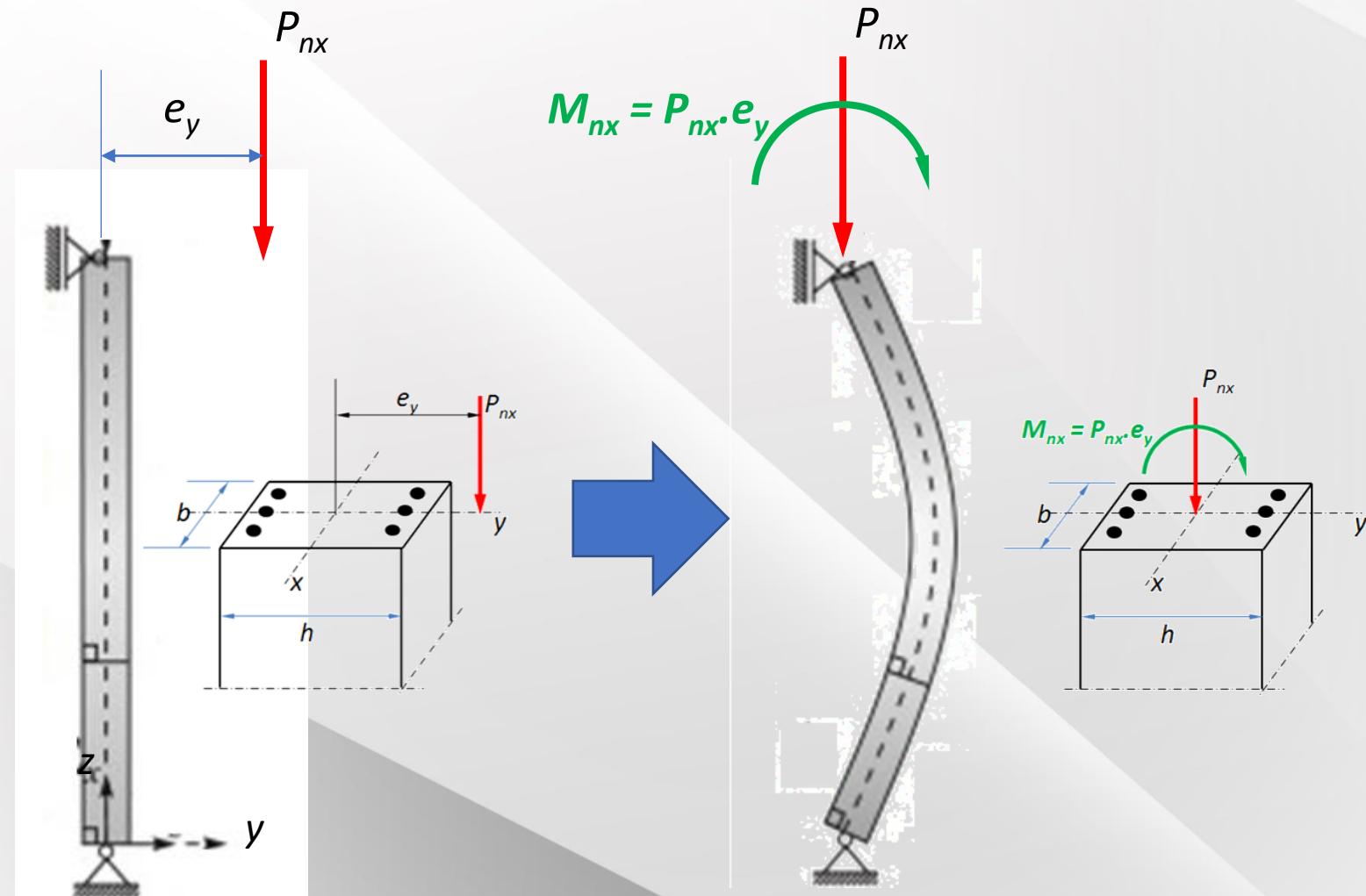
P konsentrisk  
[www.upj.ac.id](http://www.upj.ac.id)



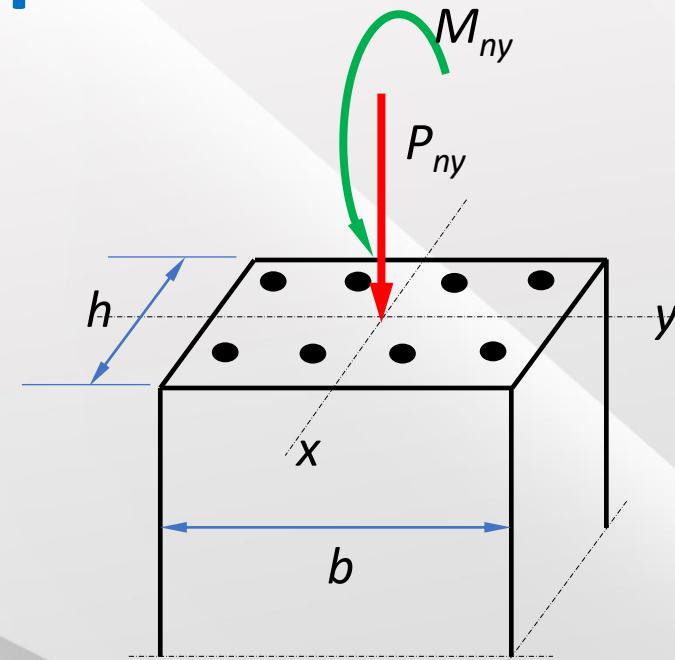
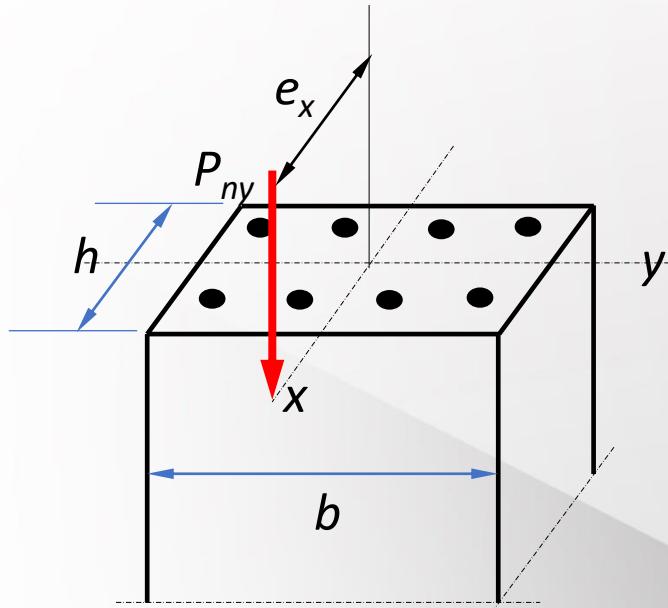
(a)



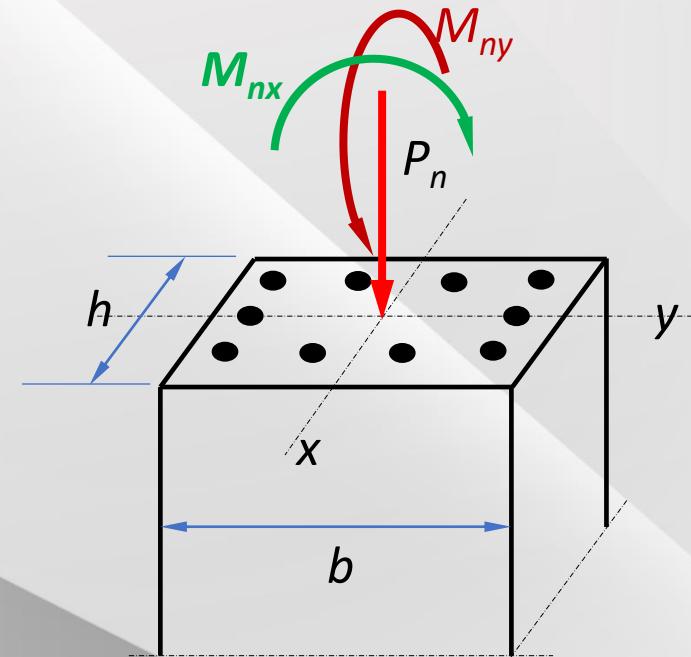
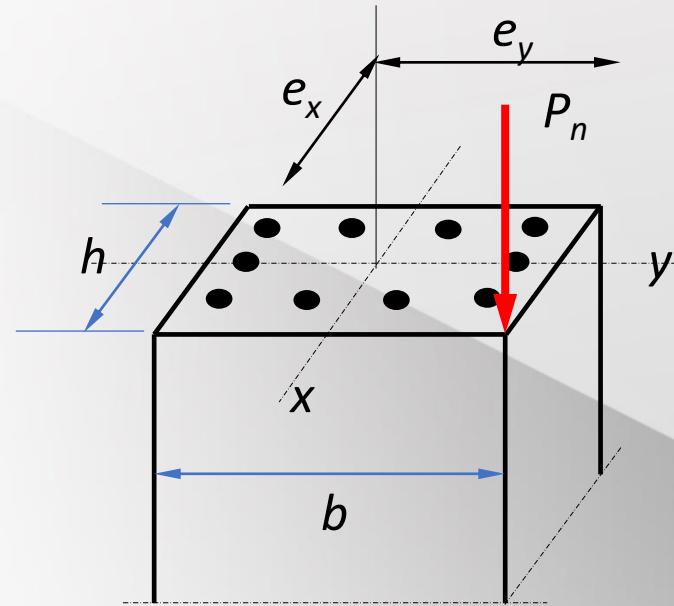
(b)



# Lentur Dalam Arah Y



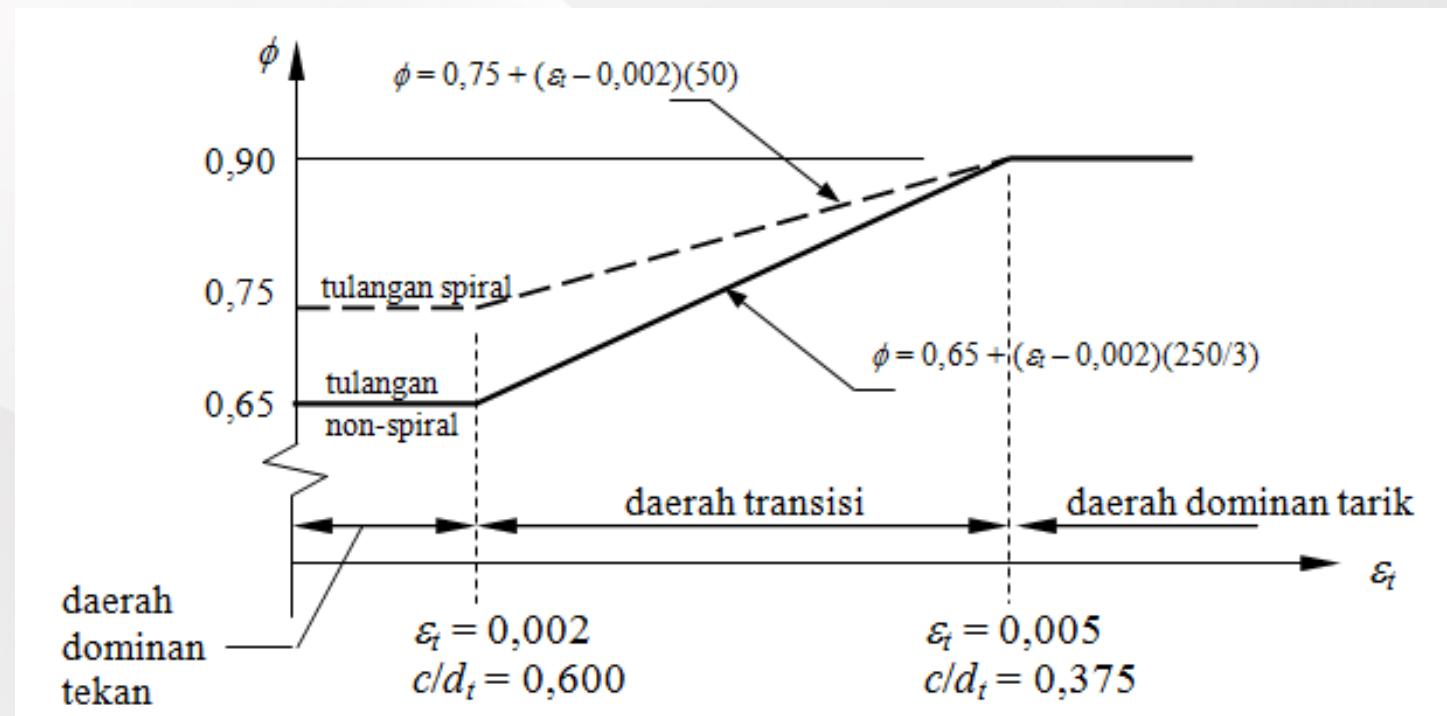
- Apabila timbul beban kombinasi antara  $P_n$ ,  $M_{nx} = P_n e_y$  dan  $M_{ny} = P_n e_x$ , maka kolom pada kondisi ini dikatakan mengalami lentur dua arah (**biaxial bending**).



## Asumsi Desain dan Faktor Reduksi Kekuatan

- Regangan pada beton dan baja dianggap proporsional terhadap jarak ke sumbu netral
- Kesetimbangan gaya dan kompatibilitas regangan harus dipenuhi
- Regangan tekan maksimum pada beton dibatasi sebesar 0,003
- Kekuatan beton di daerah tarik dapat diabaikan
- Tegangan pada tulangan baja adalah  $f_s = \varepsilon E_s < f_y$
- Blok tegangan beton dianggap berbentuk persegi sebesar  $0,85 f'_c$  yang terdistribusi merata dari serat tekan terluar hingga setinggi  $a = \beta_1 c$ . Dengan  $c$  adalah jarak dari serat tekan terluar ke sumbu netral penampang. Nilai  $\beta_1$  adalah 0,85, jika  $f'_c < 30$  MPa. Nilai  $\beta_1$  akan berkurang 0,05 setiap kenaikan 7 MPa, namun tidak boleh diambil kurang dari 0,65.

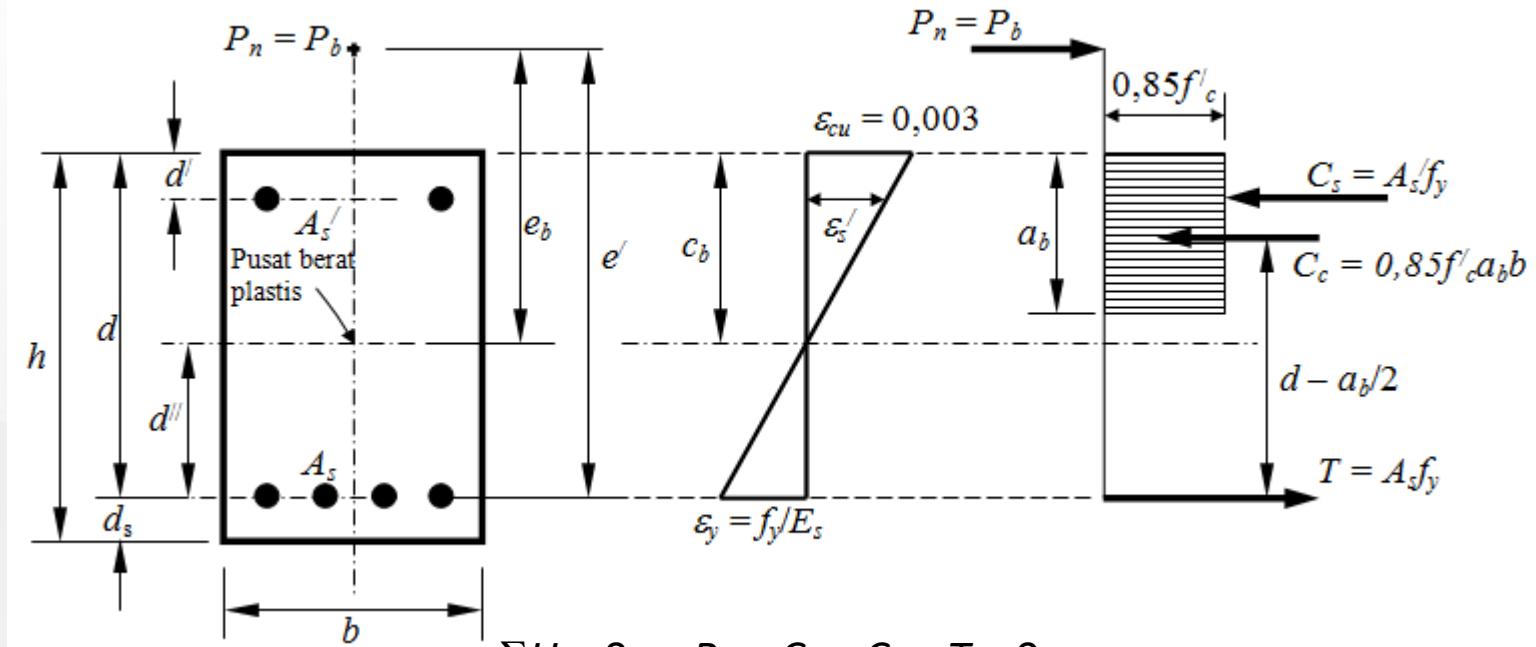
- Faktor reduksi kekuatan,  $\phi$ ,



## 3 Tipe Keruntuhan Kolom

- **Kondisi seimbang** terjadi pada penampang kolom, ketika beban  $P_b$  bekerja pada penampang, yang akan menghasilkan **regangan sebesar 0,003** pada **serat tekan beton**, dan pada saat yang bersamaan **tulangan baja mengalami luluh**, atau regangannya mencapai  $\varepsilon_y = f_y/E_s$ .
- Apabila beban eksentris yang bekerja lebih besar daripada  $P_b$ , maka kolom akan mengalami **keruntuhan tekan ( $P_n > P_b$ )**
- Sedangkan apabila beban eksentris yang bekerja lebih kecil daripada  $P_b$ , kolom akan mengalami **keruntuhan Tarik ( $P_n < P_b$ )**

# Penampang Kolom Dengan Keruntuhan Seimbang



$$c_b = \frac{600}{600 + f_y} d$$

$$a_b = \beta_1 c_b = \frac{600}{600 + f_y} \beta_1 d$$

Dengan :

$$\begin{aligned} C_c &= 0,85f'_c a_b b \\ T &= A_s f_y \\ C_s &= A_s'(f'_s - 0,85f'_c) \end{aligned}$$

$$f'_s = 600 \left( \frac{c_b - d'}{c_b} \right) \leq f_y$$



Sehingga persamaan kesetimbangan gaya dalam arah horizontal dapat ditulis kembali menjadi berbentuk

$$P_b = 0,85f'_c a_b b + A_s'(f'_s - 0,85f'_c) - A_s f_y$$

dengan mengambil jumlahan momen terhadap pusat berat plastis.

$$P_b \cdot e_b = C_c \left( d - \frac{a}{2} - d'' \right) + C_s \left( d - d' - d'' \right) + Td''$$

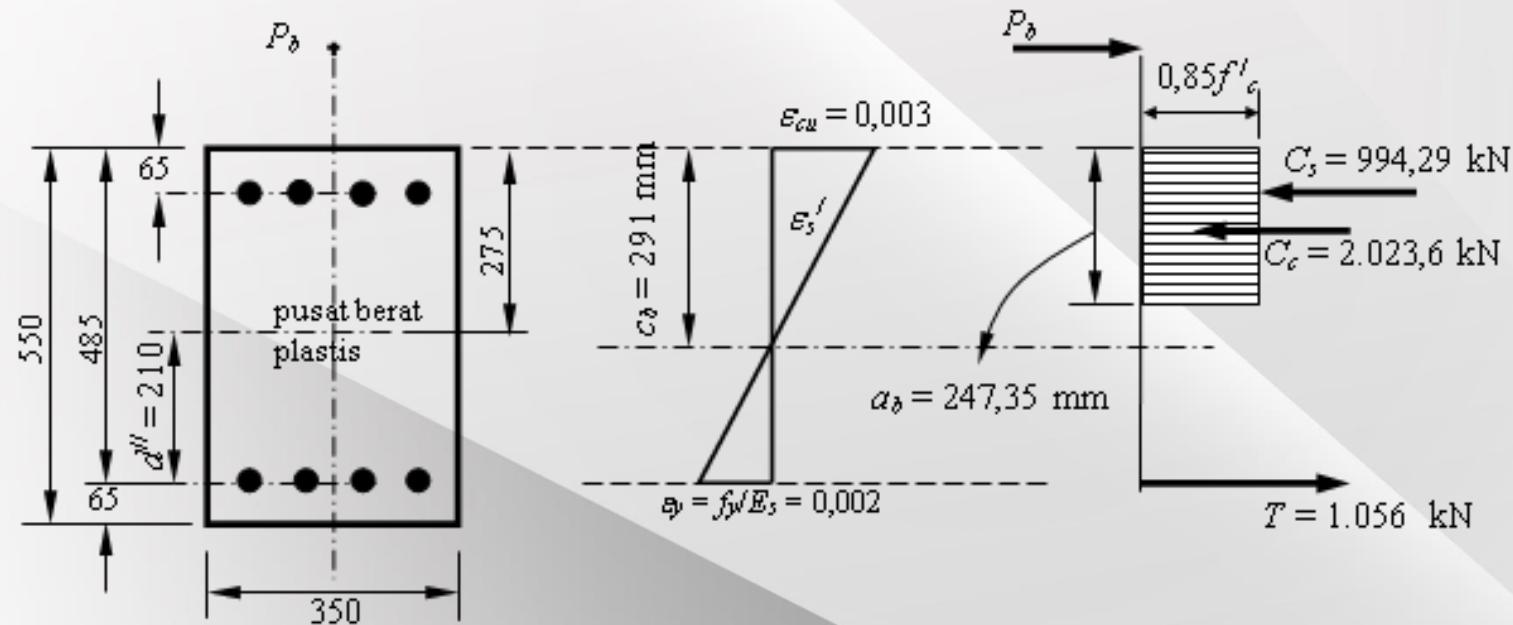
$$P_b \cdot e_b = M_b = 0,85f'_c a_b b \left( d - \frac{a}{2} - d'' \right) + A_s' \left( f_y - 0,85f'_c \right) \left( d - d' - d'' \right) + A_s f_y d''$$

$$e_b = \frac{M_b}{P_b}$$



## Contoh 1

Tentukan gaya tekan pada kondisi seimbang,  $P_b$ , serta tentukan pula besar eksentrisitas dan momen pada kondisi seimbang,  $e_b$  dan  $M_b$  untuk penampang kolom berikut. Gunakan  $f'_c = 27,5 \text{ MPa}$  dan  $f_y = 400 \text{ MPa}$ .



## 1. Hitung nilai $\varepsilon_y$

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{400}{200.000} = 0,002$$

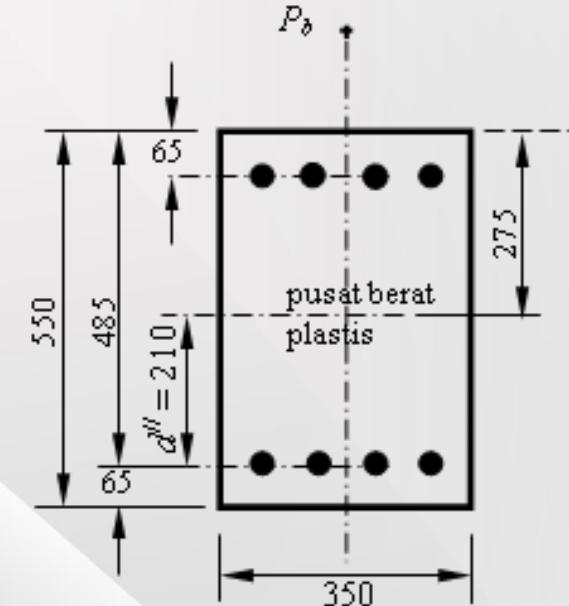
## 2. Hitung $c_b$ dan $a_b$

$$c_b = \frac{600}{600 + f_y} d = \frac{600}{600 + 400} (485) = 291$$

$$a_b = \beta_1 c_b = 0,85(291) = 247,35 \text{ mm}$$

## 3. Periksa keluluhuan tulangan tekan

$$f_s' = 600 \left( \frac{c_b - d'}{c_b} \right) = 600 \left( \frac{291 - 65}{291} \right) = 465,98 \text{ MPa} > 400 \text{ MPa}$$



## 4. Hitung $C_c$ , $C_s$ dan $T$

$$C_c = 0,85f'_c a_b b = 0,85(27,5)(247,35)(350) = 2.023.632,19 \text{ N}$$

$$T = A_s f_y = 4(660)(400) = 1.056.000 \text{ N}$$

$$C_s = A_s'(f'_s - 0,85f'_c) = 4(660)(400 - 0,85(27,5)) = 994.290 \text{ N}$$

## 5. Hitung $P_b$ dan $M_b$

$$P_b = C_c + C_s - T = 2.023.632,19 + 994.290 - 1.056.000 = 1.961.922,19 \text{ N}$$

$$M_b = 0,85f'_c a_b b \left( d - \frac{a}{2} - d'' \right) + A_s' (f_y - 0,85f'_c) (d - d' - d'') + A_s f_y d''$$

$$M_b = 2.023.632,19 \left( 485 - \frac{247,35}{2} - 210 \right) + 994.290 (485 - 65 - 210) + 1.056.000(210)$$

$$M_b = 736.787.041,15 \text{ N}\cdot\text{mm} \quad e_b = \frac{M_b}{P_b} = \frac{736.787.041,15}{1.961.922,19} = 375,54 \text{ mm}$$



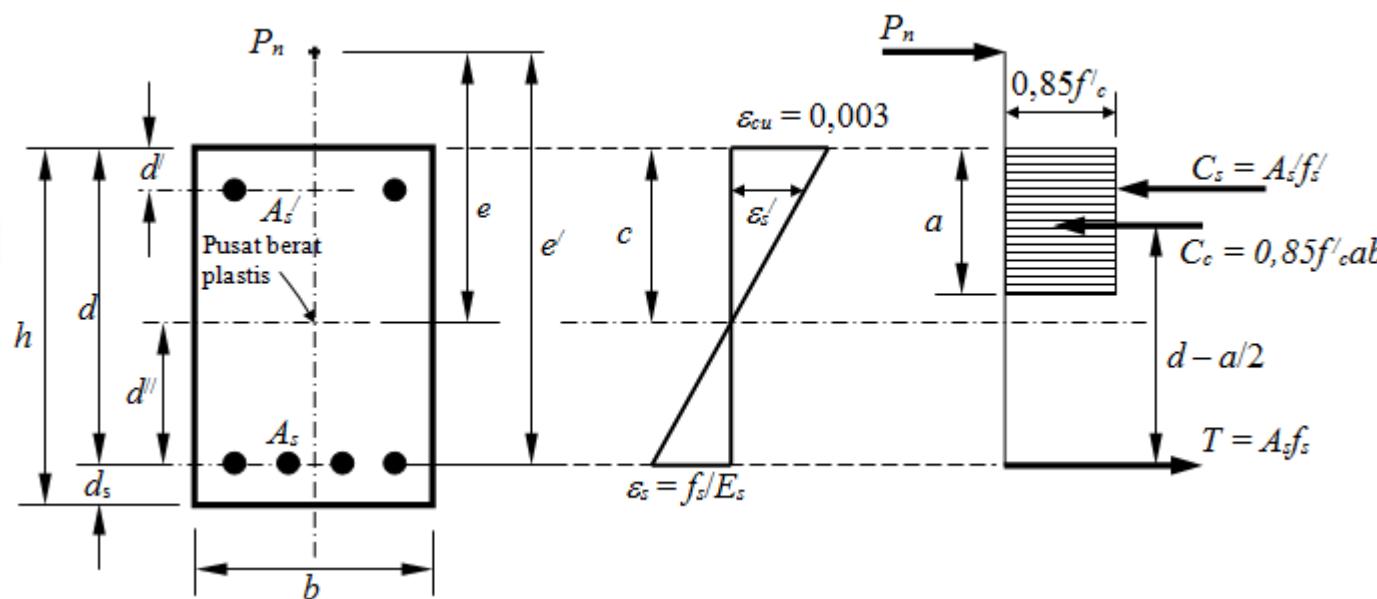
## 6. Hitung $e_b$

$$e_b = \frac{M_b}{P_b} = \frac{736.787.041,15}{1.961.922,19} = 375,54 \text{ mm}$$

## 7. Hitung $\phi P_b$ dan $\phi M_b$ , dengan $\phi = 0,65$

$$\phi P_b = 1.275.249,42 \text{ N} = 1.275,25 \text{ kN}$$

$$\phi M_b = 478.911.576,75 \text{ N}\cdot\text{mm} = 478,91 \text{ kN}\cdot\text{m}$$



$$\Sigma H = 0$$

$$P_n - C_c - C_s + T = 0$$

Dengan :

$$C_c = 0,85 f'_c ab$$

$$C_s = A_s (f'_s - 0,85 f'_c)$$

$$T = A_s f_s$$

(jika tulangan tekan luluh,  $f'_s = f_y$ )  
(jika tulangan tarik luluh,  $f_s = f_y$ )

$$E'_s = \frac{c - d'}{c} \times 0,003$$

$$E_s = E_t = \frac{d - c}{c} \times 0,003$$

$$f_s = E_s \times E_s = E_s \times 200.000$$

$$f_s = \frac{d - c}{c} \times 600$$

$$f'_s = E'_s \times E_s = \frac{c - d'}{c} \times 600$$



Ambil momen terhadap  $A_s$  :

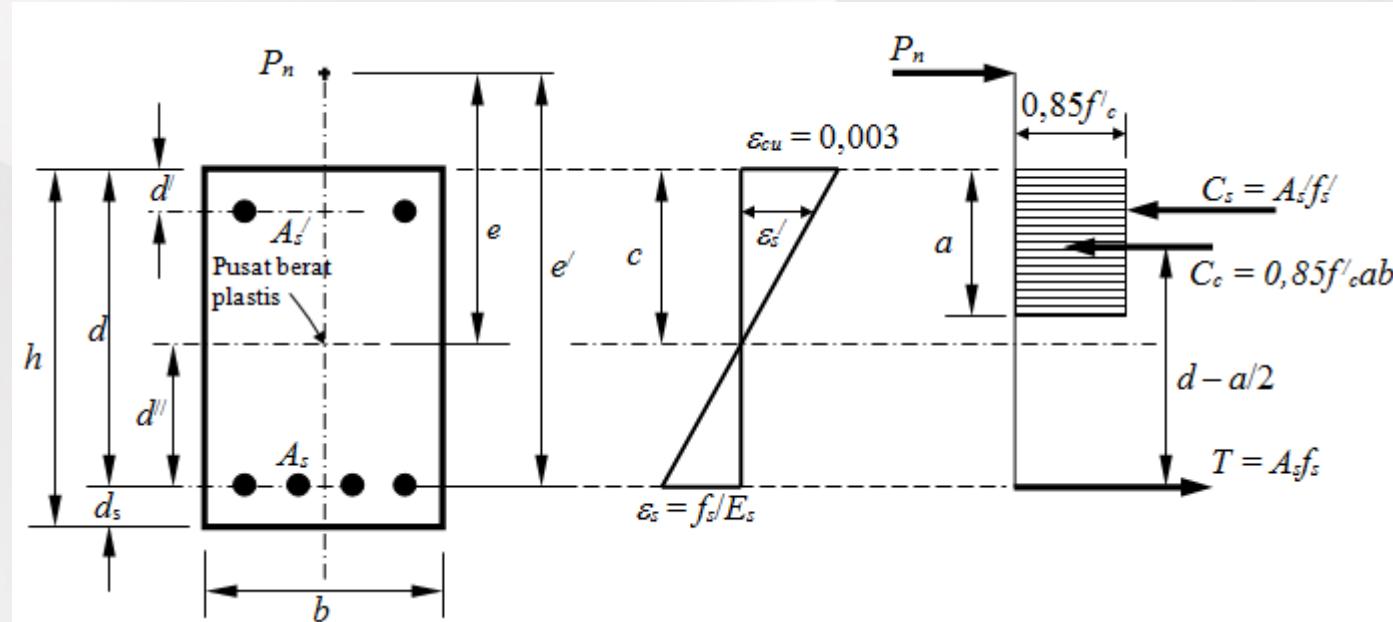
$$P_n e' - C_c \left( d - \frac{a}{2} \right) - C_s \left( d - d' \right) = 0$$

$$P_n = \frac{1}{e'} \left[ C_c \left( d - \frac{a}{2} \right) + C_s \left( d - d' \right) \right]$$

Ambil momen terhadap  $C_c$  :

$$P_n \left[ e' - \left( d - \frac{a}{2} \right) \right] - T \left( d - \frac{a}{2} \right) - C_s \left( \frac{a}{2} - d' \right) = 0$$

$$P_n = \frac{T \left( d - \frac{a}{2} \right) + C_s \left( \frac{a}{2} - d' \right)}{\left( e' + \frac{a}{2} - d \right)}$$



## Keruntuhan Tarik

- Apabila penampang kolom diberi beban tekan eksentris dengan eksentrisitas yang besar, maka akan terjadi keruntuhan tarik.
- Dalam kasus ini kuat tekan nominal penampang,  $P_n'$ , akan lebih kecil dari  $P_b$ , atau eksentrisitas,  $e = M_n/P_n'$  lebih besar dari eksentrisitas pada kondisi seimbang,  $e_b$ .

$$P_n < P_b$$

$$e > e_b$$



# Prosedur Analisis Keruntuhan Tarik

1. Bila terjadi keruntuhan tarik, maka tulangan tarik luluh, dan tegangannya  $f_s = f_y$ . Asumsikan bahwa tegangan pada tulangan tekan adalah  $f'_s = f_y$
2. Evaluasi  $P_n$  dari kondisi kesetimbangan (persamaan 8.14)

$$P_n = C_c + C_s - T$$

Dengan  $C_c = 0,85f'_c ab$ ,  $C_s = A_s(f_y - 0,85f'_c)$  dan  $T = A_s f_y$

3. Hitung  $P_n$  dengan mengambil jumlah momen terhadap  $A_s$  (persamaan 8.15)

$$P_n e' = C_c \left( d - \frac{a}{2} \right) + C_s (d - d')$$

Dengan  $e' = e + d''$ , dan  $e' = e + d - h/2$  serta  $A_s = A_s'$ .

4. Samakan  $P_n$  dari langkah 2 dan 3 :

$$C_c + C_s - T = \frac{1}{e'} \left[ C_c \left( d - \frac{a}{2} \right) + C_s (d - d') \right]$$

Persamaan ini akan menghasilkan persamaan kuadrat untuk  $a$ . Subtitusikan  $C_c$ ,  $C_s$  dan  $T$  untuk mendapatkan nilai  $a$ .



# Prosedur Analisis Keruntuhan Tarik

5. Persamaan pada langkah 4, maka persamaan tersebut dapat disederhanakan menjadi :

$$Aa^2 + Ba + C = 0$$

Dengan :

$$A = 0,425f'_c b$$

$$B = 0,85f'_c b(e' - d) = 2A(e' - d)$$

$$C = A_s'(f_y - 0,85f'_c)(e' - d + d') - A_s f_y e'$$

Selesaikan  $a$ , dengan menggunakan persamaan :

$$a = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

6. Substitusikan  $a$  ke dalam persamaan langkah 2 untuk mendapatkan  $P_n$ . Hitung  $= P_n \cdot e$

7. Periksa apakah tulangan tekan sudah luluh seperti yang diasumsikan. Jika  $\varepsilon'_s \geq \varepsilon_y$ , maka tulangan tekan sudah luluh, jika tidak, maka  $f'_s = E_s \varepsilon'_s$ .

Ulangi kembali langkah 2 hingga 5.

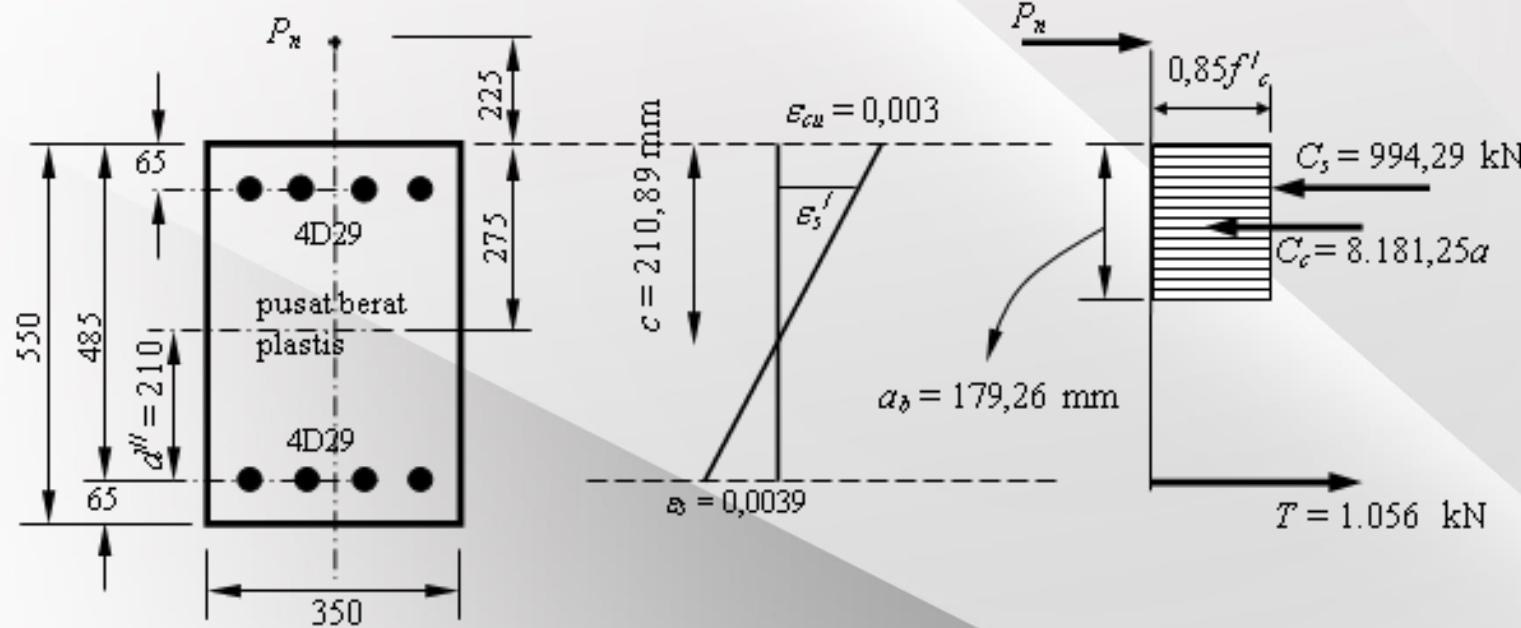
Sebagai catatan :  $\varepsilon'_s = [(c - d')c]0,003$ ,  $\varepsilon_y = f_y/E_s$ , dan  $c = a/\beta_1$ .

8. tentukan besarnya faktor reduksi,  $\phi$ , yang besarnya bervariasi antara 0,65(atau 0,70) dan 0,90.



## Contoh 2

Tentukan kuat tekan nominal,  $P_n$ , untuk penampang pada Contoh 1, jika  $e = 500 \text{ mm}$ .



## 1. Cek $e > e_b$ ?

$e$  ( $=500$  mm)  $>$   $e_b$  ( $= 375,54$  mm), maka terjadi keruntuhan tarik. Regangan pada tulangan tarik akan melampaui  $\varepsilon_y$ , dan tegangan yang terjadi adalah  $f_y$ . Asumsikan tulangan tekan sudah luluh,  $f'_s = f_y$ ,

## 2. Dari persamaan keseimbangan

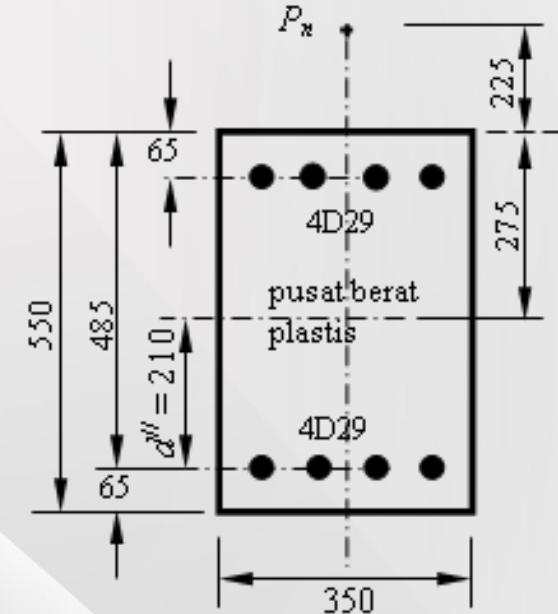
$$P_n = C_c + C_s - T$$

$$C_c = 0,85f'_c ab = 0,85(27,5)(a)(350) = 8.181,25a$$

$$C_s = A_s(f_y - 0,85f'_c) = 4(660)(400 - 0,85(27,5)) = 994.290$$

$$T = A_s f_y = 4(660)(400) = 1.056.000$$

$$P_n = C_c + C_s - T = 8.181,25a + 994.290 - 1.056.000 = 8.181,25a - 61.710$$



### 3. Hitung $P_n$ dari persamaan :

$$P_n = \frac{1}{e'} \left[ C_c \left( d - \frac{a}{2} \right) + C_s (d - d') \right] \quad e' = e + d'' = 500 + 210 = 710 \text{ mm}$$

$$P_n = \frac{1}{710} \left[ 8.181,25a \left( 485 - \frac{a}{2} \right) + 994.290(485 - 65) \right]$$

$$P_n = 5.588,6a - 5,7614a^2 + 588.171,55$$

### 4. Samakan $P_n$ langkah 2 dan 3

$$8.181,25a - 61.710 = 5.588,6a - 5,7614a^2 + 588.171,55$$

Atau  $a^2 + 450a - 112.799 = 0$   $a = 179,26 \text{ mm}$

## 5. Hitung $P_n$ (dari langkah 2), hitung $M_n$

$$\begin{aligned} P_n &= 8.181,25a - 61.710 = 8.181,25(179,26) - 61.710 = 1.404.860,88 \text{ N} \\ &= \mathbf{1.404,86 \text{ kN}} \end{aligned}$$

$$M_n = P_n \cdot e = 1.404.860,88(500) = 702.430.440 \text{ N}\cdot\text{mm} = \mathbf{702,43 \text{ kN}\cdot\text{m}}$$

## 6. Periksa apakah tul tekan sudah luluh?

$$c = \frac{a}{0,85} = \frac{179,26}{0,85} = 210,89 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_s' = \frac{c - d'}{c} (0,003) = \frac{210,89 - 65}{210,89} (0,003) = 0,00207 > \varepsilon_y (=0,002)$$

Apabila tulangan tekan belum luluh, maka  $f_s'$  dihitung dari persamaan  $f_s' = \varepsilon_s'E_s$ , dan ulangi kembali perhitungan



[www.upj.ac.id](http://www.upj.ac.id)



[@upj\\_bintaro](https://twitter.com/upj_bintaro)



[@upj\\_bintaro](https://www.instagram.com/upj_bintaro)

## 7. Periksa apakah tul Tarik sudah luluh?

$$\varepsilon_s = \frac{d - c}{c} (0,003) = \frac{485 - 210,89}{210,89} (0,003) = 0,0039 > \varepsilon_y$$

penampang berada pada daerah transisi :

$$\phi = 0,65 + (\varepsilon_t - 0,002)(250/3) = 0,81$$

## 8. Hitung $\phi P_n$ dan $\phi M_n$

$$\phi P_n = 0,81(1.404,86) = \mathbf{1.137,94 \text{ kN}}$$

$$\phi M_n = 0,81(702,43) = \mathbf{568,97 \text{ kN}\cdot\text{m}}$$



## Keruntuhan Tekan

- Apabila gaya tekan,  $P_n'$ , melebihi gaya tekan dalam kondisi seimbang,  $P_b'$  atau apabila eksentrisitas,  $e = M_n/P_n'$ , lebih kecil daripada eksentrisitas pada kondisi seimbang,  $e_b$ . Maka penampang kolom akan mengalami keruntuhan tekan.
- Pada kasus ini regangan pada beton akan mencapai 0,003, sedangkan regangan pada tulangan baja tarik akan kurang dari  $\varepsilon_y$ .

$$P_n > P_b$$

$$e < e_b$$

# Prosedur Analisis Keruntuhan Tekan

1. Hitung jarak sumbu netral sumbu netral untuk penampang pada kondisi seimbang,  $c_b$  :

$$c_b = \frac{600}{600 + f_y} d$$

2. Evaluasi  $P_n$  dari kesetimbangan gaya :

$$P_n = C_c + C_s - T$$

3. Evaluasi  $P_n$  dengan mengambil momen terhadap  $A_s$

$$P_n e' = C_c \left( d - \frac{a}{2} \right) + C_s \left( d - d' \right)$$

Dengan  $e' = e + d''$  (atau  $= e + d - h/2$ , jika  $A_s = A'_s$ ),  $C_c = 0,85f'_c ab$ ,  $C_s = A'_s(f'_s - 0,85f'_c)$  dan  $T = A_s f_s$

4. Asumsikan suatu nilai  $c$  sehingga  $c > c_b$ . Hitung  $a = \beta_1 c$ . Asumsikan  $f'_s = f_y$
5. Hitung nilai  $f_s$  berdasarkan asumsi nilai  $c$  :

$$f_s = \varepsilon_s E_s = 600 \left( \frac{d - c}{c} \right) \leq f_y$$



## Prosedur Analisis Keruntuhan Tekan

6. Hitung  $P_{n1}$  dari langkah 2, dan hitung  $P_{n2}$  dari langkah 3. Apabila  $P_{n1}$  cukup dekat dengan  $P_{n2}$ , maka nilai  $P_n$  diambil dari nilai terkecil antara  $P_{n1}$  dan  $P_{n2}$  atau rerata keduanya. Jika  $P_{n1}$  dan  $P_{n2}$  tidak cukup dekat, maka asumsikan nilai  $c$  atau  $a$  yang baru dan ulangi perhitungan dari langkah 4 hingga  $P_{n1}$  cukup dekat dengan  $P_{n2}$  (kurang lebih 1%)
7. Periksa apakah tulangan tekan benar sudah luluh sesuai asumsi semula, dengan menghitung  $\varepsilon_s'$  dan membandingkannya dengan  $\varepsilon_y$ . Bila  $\varepsilon_s' > \varepsilon_y$  tulangan tekan sudah luluh, jika belum, maka  $f_s'$  dihitung sebagai berikut :

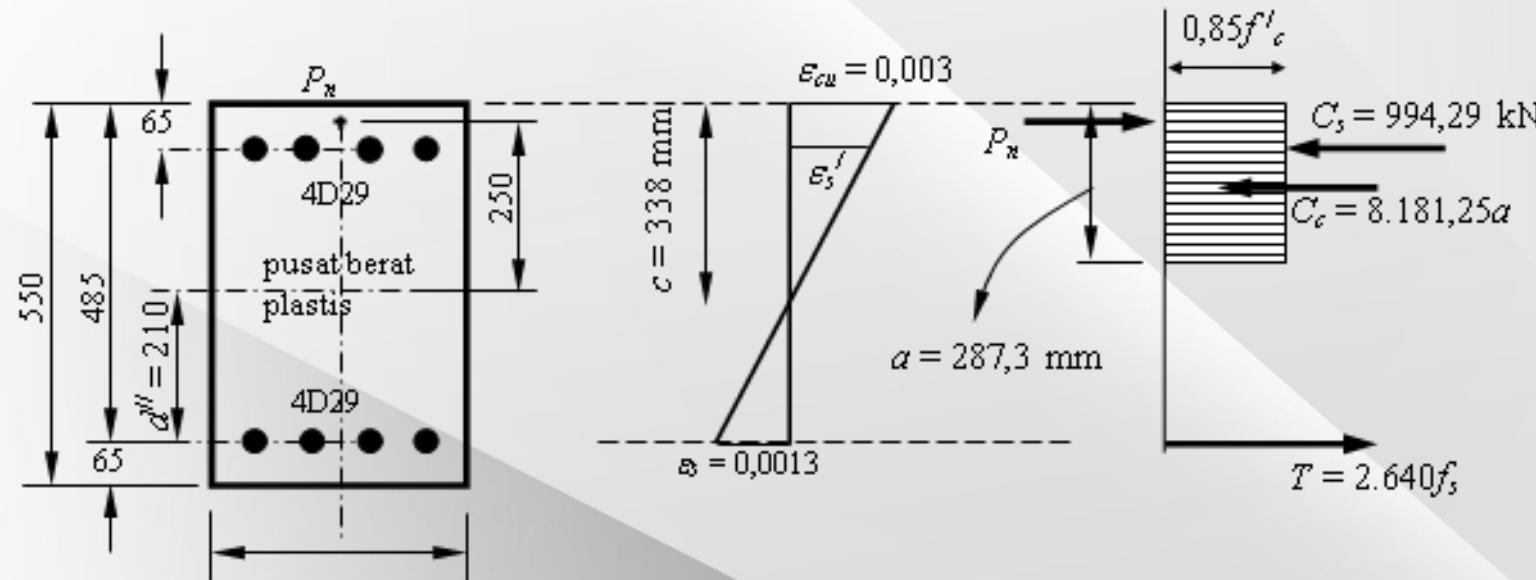
$$f_s' = 600 \left( \frac{c - d'}{c} \right) \leq f_y$$

8. Regangan tulangan tarik,  $\varepsilon_t$ , pada kondisi keruntuhan tekan, biasanya kurang dari 0,002, sehingga faktor reduksi dapat diambil sama dengan 0,65 atau 0,75 untuk penampang kolom dengan sengkang spiral.



## Contoh 3

- Tentukan kuat tekan nominal,  $P_n$ , untuk penampang pada Contoh 2, jika  $e = 250 \text{ mm}$ .



## 1. Cek $e < e_b$ ?

Karena  $e < e_b$  ( $= 375,54$  mm), maka jenis keruntuhan yang terjadi adalah keruntuhan tekan.

## 2. persamaan kesetimbangan

$$P_n = C_c + C_s - T$$

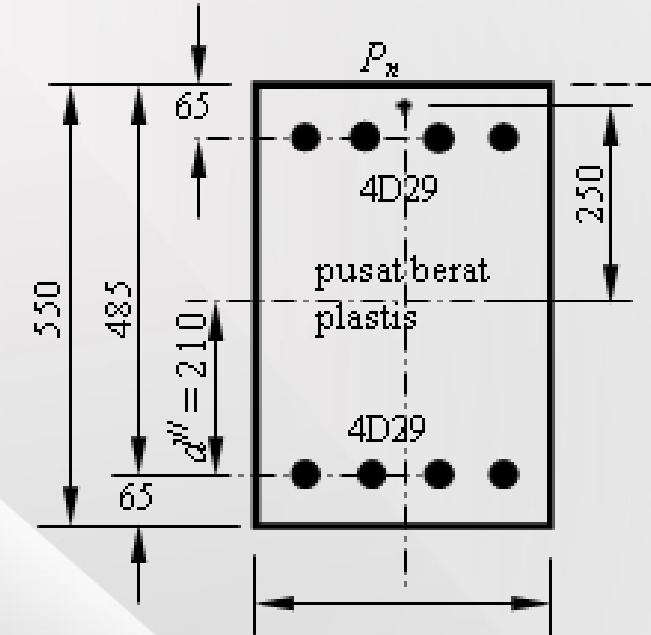
$$C_c = 0,85f'_c ab = 0,85(27,5)(a)(350) = 8.181,25a$$

$$C_s = A_s'(f'_s - 0,85f'_c) = 4(660)(400 - (0,85)(27,5)) = 994.290 \text{ N}$$

$$T = A_s f_s = 4(660)f_s = 2.640f_s \quad (f_s < f_y)$$

$$P_n = 8.181,25a + 994.290 - 2.640f_s$$

$$P_n = 8.181,25a + 994.290 - 2.640(600)(485\beta_1/a - 1) \quad (\text{i})$$



Tulangan tekan diasumsikan sudah luluh

$$f_s = \left( \frac{d - c}{c} \right) 600 = \left( \frac{d}{c} - 1 \right) 600 = \left( \frac{485\beta_1}{a} - 1 \right) 600$$



### 3. Hitung $P_n$ dari persamaan

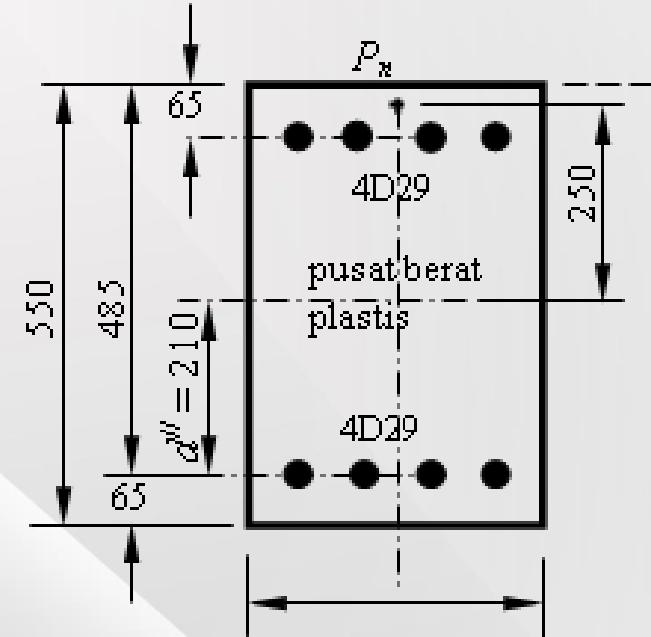
$$P_n = \frac{1}{e'} \left[ C_c \left( d - \frac{a}{2} \right) + C_s \left( d - d' \right) \right]$$

$$e' = e + d'' = 250 + 210 = 460 \text{ mm}$$

$$P_n = \frac{1}{460} \left[ 8.181,25a \left( 485 - \frac{a}{2} \right) + 994.290(485 - 65) \right]$$

$$P_n = 8.625,88a - 8,8926a^2 + 907.830 \quad (\text{ii})$$

### 4. Samakan persamaan (i) dan (ii) untuk medapatkan nilai a



$$8.181,25a + 994.290 - 2.640(600)(485\beta_1/a - 1) = 8.625,88a - 8,8926a^2 + 907.830$$

Kalikan semua ruas dengan  $a$ , sehingga akan diperoleh persamaan pangkat tiga sebagai berikut :

$$8,8926a^3 - 444,63a^2 + 1.670.460a - 653.004.000 = 0$$

Jika diselesaikan maka akan diperoleh nilai

$$a = 286,99 \text{ mm} \quad -> c = a/\beta_1 = 337,64 \text{ mm}$$

Substitusikan nilai  $a$  ke persamaan (i) atau (ii) untuk mendapatkan nilai  $P_n$ .



## 5. Hitung $P_n$ , hitung $M_n$

$$P_n = 2.650.947,77 \text{ N} = \mathbf{2.650,95 \text{ kN}}$$

$$M_n = P_n \cdot e = 2.650,95(0,25) = \mathbf{662,74 \text{ kN.m}}$$

## 6. Periksa apakah tul sudah luluh?

$$\varepsilon_s' = \frac{c - d'}{c} 0,003 = \frac{337,64 - 65}{337,64} (0,003) = 0,002422$$

Tulangan tekan sudah luluh

$$\varepsilon_t = \frac{d - c}{c} 0,003 = \frac{485 - 337,64}{337,64} (0,003) = 0,00131$$

karena nilai  $\varepsilon_t = 0,0013 < 0,002$ , maka  $\phi = 0,65$



## 7. Hitung $\phi P_n$ dan $\phi M_n$

$$\phi P_n = 0,65(2.650) = \mathbf{1.723,8 \text{ kN}}$$

$$\phi M_n = 0,65(663) = \mathbf{430,95 \text{ kN}\cdot\text{m}}$$