

# STATIS TAK TENTU MOMENT DISTRIBUTION METHOD (BEAM)

ANALISIS STRUKTUR – TSI204 (3 sks)

Pertemuan 14



[www.upj.ac.id](http://www.upj.ac.id)



[@upj\\_bintaro](https://twitter.com/upj_bintaro)



[@upj\\_bintaro](https://www.instagram.com/upj_bintaro)

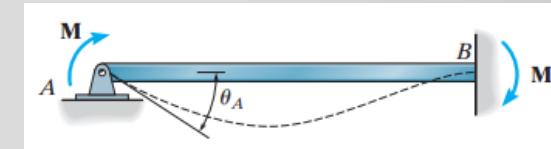
## Definisi dan Prinsip Dasar Metode Distribusi Momen

- Metode Distribusi Momen dikenalkan pertama kali oleh Hardy Cross pada tahun 1930
- Tiap titik kumpul dianggap merupakan hubungan kaku (jepit)
- **Faktor Kekakuan Batang**

Perhatikan balok dalam gambar yang memiliki ujung sendi dan jepit. Adanya momen  $M$ , mengakibatkan ujung A berotasi sebesar  $\theta$ . Hubungan antara  $M$  dan  $\theta_A$  dapat dituliskan sebagai :  $M = (4EI/L) \cdot \theta_A$ . Atau dapat pula dituliskan  $M = K \cdot \theta_A$ , dengan :

$$K = \frac{4EI}{L}$$

Untuk ujung sendi, maka :  $K = \frac{3EI}{L}$



- Untuk balok dan beban yang simetris maka

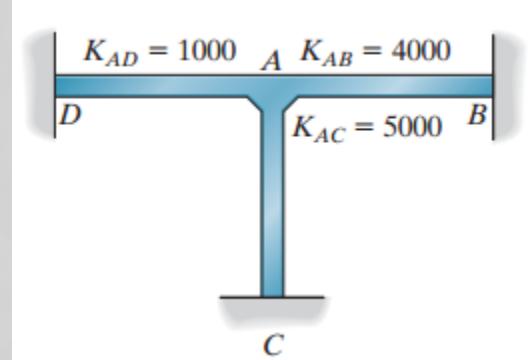
$$K = \frac{2EI}{L}$$



## Definisi dan Prinsip Dasar Metode Distribusi Momen

### • Faktor Kekakuan Titik Kumpul

Apabila ada beberapa batang yang bertemu pada satu titik kumpul, dan batang – batang tersebut memiliki tumpuan jepit di ujung lainnya, maka dengan menggunakan prinsip superposisi, faktor kekakuan total pada titik tersebut adalah merupakan jumlahan dari masing – masing kekakuan tiap batang, atau dirumuskan  $K_T = \Sigma K$ .



$$K_{T,A} = \Sigma K = 4000 + 5000 + 1000 = 10.000$$

Nilai ini merepresentasikan besarnya momen yang diperlukan untuk mengakibatkan titik A berotasi sebesar 1 radian.



## Definisi dan Prinsip Dasar Metode Distribusi Momen

### • Faktor Distribusi (DF)

1. Jika sebuah momen,  $M$ , bekerja pada suatu titik kumpul, maka semua batang – batang yang berkumpul pada titik tersebut akan memberikan sumbangan momen yang diperlukan untuk memenuhi kesetimbangan di titik tersebut.
2. Besarnya sumbangan momen dari tiap batang tersebut ditentukan oleh faktor distribusi (DF).
3. Nilai faktor distribusi sangat ditentukan oleh besarnya nilai kekakuan tiap batang  $\frac{DF}{\sum K}$

Note :

DF sendi = 1,0; DF jepit = 0,0

Jumlah DF di satu titik = 1,0



[www.upj.ac.id](http://www.upj.ac.id)



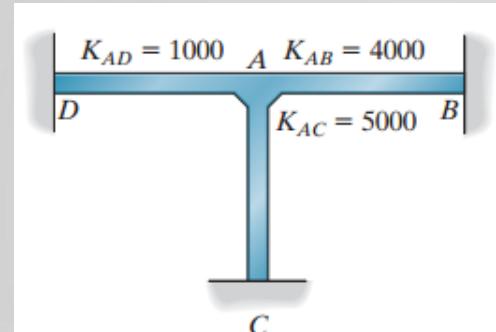
[upj\\_bintaro](https://twitter.com/upj_bintaro)



[upj\\_bintaro](https://www.instagram.com/upj_bintaro/)

## Definisi dan Prinsip Dasar Metode Distribusi Momen

- Faktor Distribusi (DF)**



Bila ada di titik A ada momen sebesar 2.000 N.m, maka :

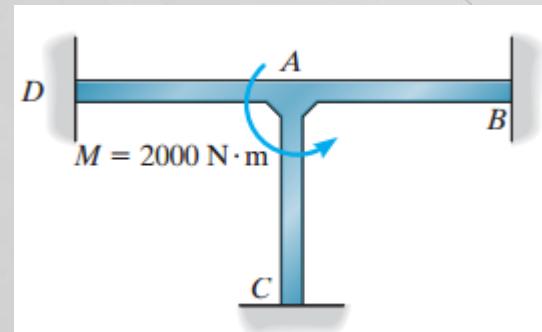
$$K_T = 10.000$$

$$DF_{AB} = 4.000/10.000 = 0,4$$

$$DF_{Ac} = 5.000/10.000 = 0,5$$

$$DF_{AD} = 1.000/10.000 = 0,1$$

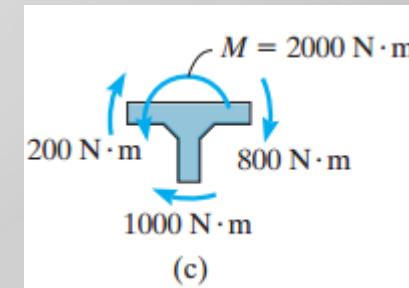
$$DF_{AB} + DF_{AC} + DF_{AD} = 1,0$$



$$M_{AB} = 0,4(2.000) = 800 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{AC} = 0,5(2.000) = 1.000 \text{ N} \cdot \text{m}$$

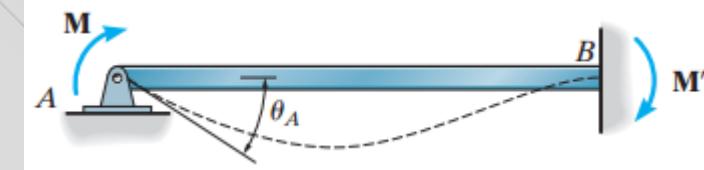
$$M_{AD} = 0,1(2.000) = 200 \text{ N} \cdot \text{m}$$



## Definisi dan Prinsip Dasar Metode Distribusi Momen

### • Faktor Pemindahan/Carry Over (CO)

1. Perhatikan kembali balok dalam gambar.
2. Seperti telah dijelaskan bahwa  $M_{AB} = (4EI/L)\theta_A$  dan  $M_{BA} = (2EI/L)\theta_A$
3. Dari keduanya dapat diperoleh hubungan :  $M_{BA} = \frac{1}{2} M_{AB}$
4. Atau dapat disimpulkan bahwa,  $M$  pada tumpuan sendi menimbulkan momen pada ujung jepit yang besarnya  $M' = \frac{1}{2} M$
5. Secara umum dapat dinyatakan bahwa untuk balok – balok dengan ujung jepit, mempunyai faktor pemindahan (CO) yang besarnya  $+ \frac{1}{2}$
6. Tanda positif menunjukkan bahwa kedua momen memiliki arah putar yang sama.



## Analisis Balok Dengan Metode Momen Distribusi

Tentukan momen internal pada tiap titik tumpuan, apabila EI konstan

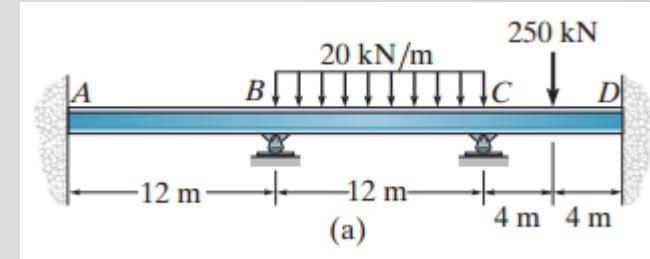
$$K_{AB} = \frac{4EI}{12} \quad K_{BC} = \frac{4EI}{12} \quad K_{CD} = \frac{4EI}{8}$$

$$DF_{AB} = DF_{DC} = 0 \quad DF_{BA} = DF_{BC} = \frac{4EI/12}{4EI/12 + 4EI/12} = 0,5$$

$$DF_{CB} = \frac{4EI/12}{4EI/12 + 4EI/8} = 0,4 \quad DF_{CD} = \frac{4EI/8}{4EI/12 + 4EI/8} = 0,6$$

$$(FEM)_{BC} = -\frac{wL^2}{12} = -\frac{20(12)^2}{12} = -240 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad (FEM)_{CB} = \frac{wL^2}{12} = \frac{20(12)^2}{12} = 240 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$(FEM)_{CD} = -\frac{PL}{8} = -\frac{250(8)}{8} = -250 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad (FEM)_{DC} = \frac{PL}{8} = \frac{250(8)}{8} = 250 \text{ kN}\cdot\text{m}$$



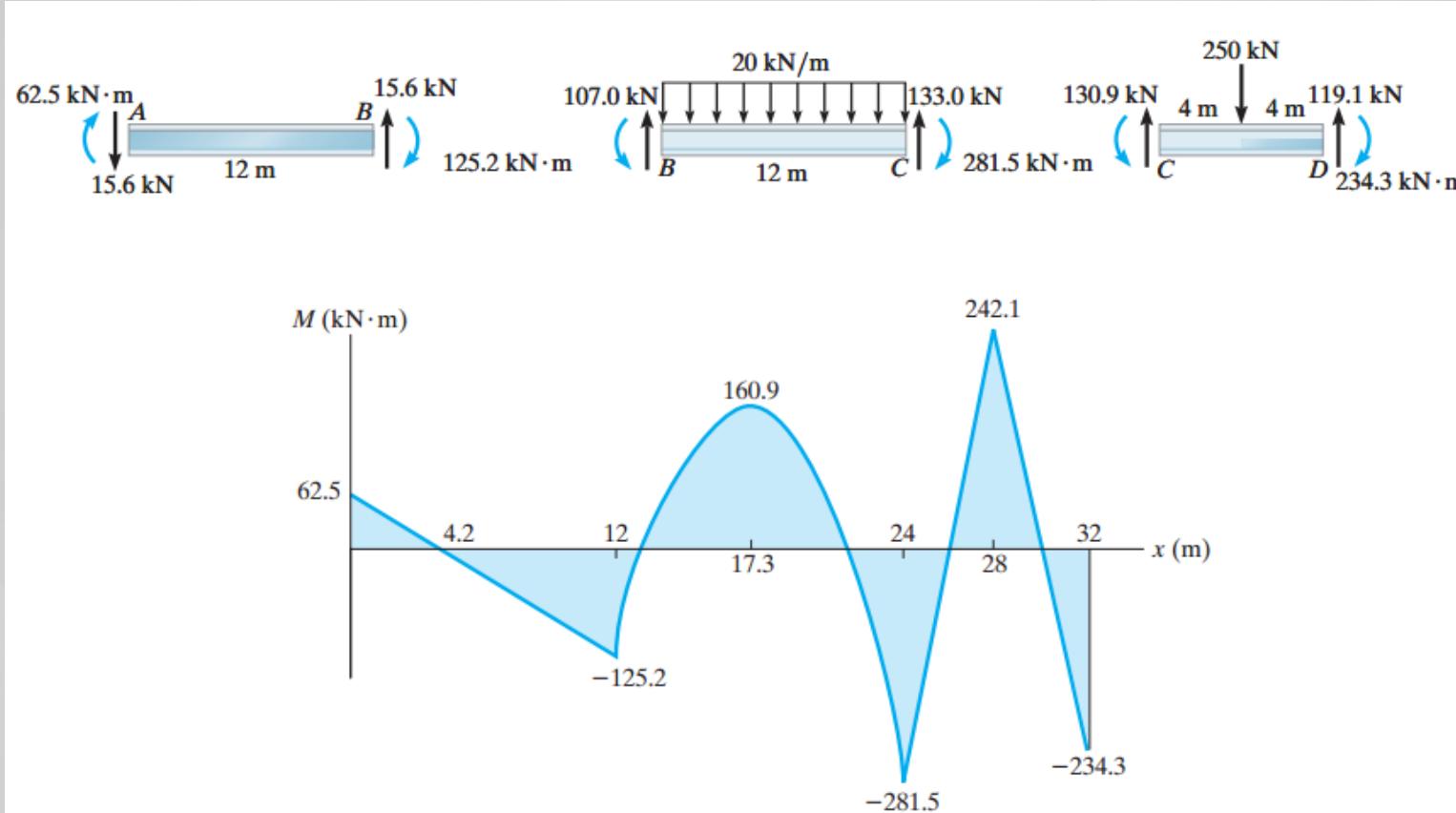
## Analisis Balok Dengan Metode Momen Distribusi

Dari nilai FEM  
 $\Sigma$  momen di satu titik, dikali DF di atasnya, dan dirubah tanda  
 Bagi  $\frac{1}{2}$  ke batang yang sama

Joint	<i>A</i>	<i>B</i>		<i>C</i>		<i>D</i>	
Member	<i>AB</i>	<i>BA</i>	<i>BC</i>	<i>CB</i>	<i>CD</i>	<i>DC</i>	
DF	0	0.5	0.5	0.4	0.6	0	1
FEM Dist.			-240 120	240 120	-250 6	250	2
CO Dist.	60	120	2	60	3		3
CO Dist.	-0.5	-1	-1	-24	-36		4
CO Dist.	3	-12	-0.5	0.2	-18		5
CO Dist.	6	6	3	0.3	0.2		6
CO Dist.	-0.05	-0.05	-1.2	-1.8			7
CO Dist.	0.3	0.3	0.01	0.01	-0.9		8
$\Sigma M$	62.5	125.2	-125.2	281.5	-281.5	234.3	9
							10
							11
							12
							13
							14



## Analisis Balok Dengan Metode Momen Distribusi



## Analisis Balok Dengan Metode Momen Distribusi

Tentukan momen internal pada tiap titik tumpuan, apabila EI konstan

$$K_{BC} = \frac{4E(300)(10^6)}{4} = 300(10^6)E \quad K_{CD} = \frac{4E(240)(10^6)}{3} = 320(10^6)E$$

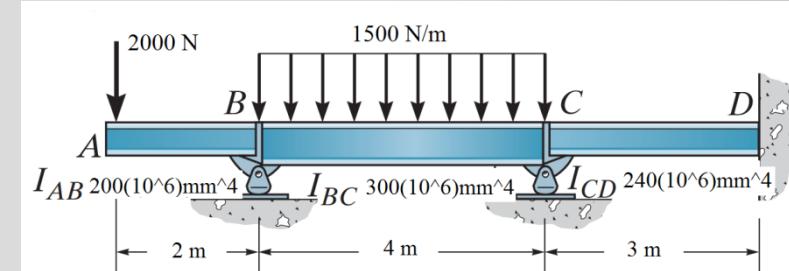
$$DF_{BC} = 1 - DF_{BA} = 1 - 0 = 1 \quad DF_{CB} = \frac{300E}{300E + 320E} = 0,484$$

$$DF_{CD} = \frac{320E}{300E + 320E} = 0,516 \quad DF_{DC} = \frac{320E}{\infty + 320E} = 0$$

$$(FEM)_{BA} = 2000N(2m) = 4.000N \cdot m$$

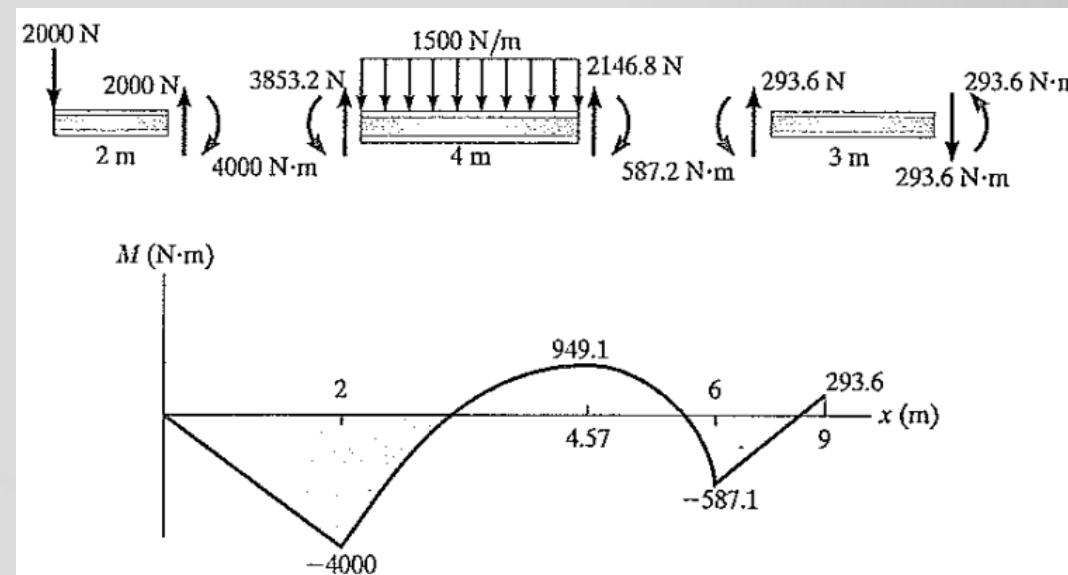
$$(FEM)_{BC} = -\frac{wL^2}{12} = -\frac{1500(4)^2}{12} = -2.000N \cdot m$$

$$(FEM)_{CB} = \frac{wL^2}{12} = \frac{1500(4)^2}{12} = 2.000N \cdot m$$



## Analisis Balok Dengan Metode Momen Distribusi

Joint	<i>B</i>		<i>C</i>		<i>D</i>
Member	<i>BA</i>	<i>BC</i>	<i>CB</i>	<i>CD</i>	<i>DC</i>
DF	0	1	0.484	0.516	0
FEM	4000	-2000	2000		
Dist.		-2000	* -968	-1032	
CO		-484	* -1000		-516
Dist.		484	* 484	516	
CO		242	242		258
Dist.		-242	* -117.1	-124.9	
CO		-58.6	-121	58.6	-62.4
Dist.		58.6	* 58.6	62.4	
CO		29.3	29.3		31.2
Dist.		-29.3	* -14.2	-15.1	
CO		-7.1	-14.6		-7.6
Dist.		7.1	* 7.1	7.6	
CO		3.5	3.5		3.8
Dist.		-3.5	* -1.7	-1.8	
CO		-0.8	-1.8		-0.9
Dist.		0.8	* 0.9	0.9	
CO		0.4	0.4		0.4
Dist.		-0.4	* -0.2	-0.2	
CO		-0.1	-0.2		-0.1
Dist.		0.1	* 0.1	0.1	
$\Sigma M$	4000	-4000	587.1	-587.1	-293.6



## Analisis Balok Dengan Metode Momen Distribusi

### Example

Tentukan momen internal pada tiap titik tumpuan, apabila EI konstan

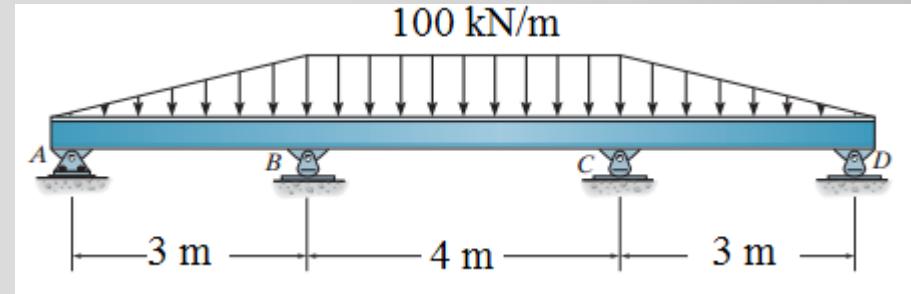
$$K_{AB} = \frac{3EI}{3} \quad K_{BC} = \frac{2EI}{4} = 320(10^6)E$$

$$DF_{AB} = \frac{3EI/3}{3EI/3} = 1$$

$$DF_{BA} = \frac{3EI/3}{3EI/3 + 2EI/4} = 0,667 \quad DF_{BC} = \frac{2EI/4}{3EI/3 + 2EI/4} = 0,333$$

$$(FEM)_{BA} = \frac{wL^2}{15} = \frac{100(3)^2}{15} = 60 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$(FEM)_{BC} = -\frac{wL^2}{12} = -\frac{100(4)^2}{12} = -133,3 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



Joint	<i>A</i>	<i>B</i>	
Member	<i>AB</i>	<i>BA</i>	<i>BC</i>
DF	1	0.667	0.333
FEM Dist.		60 48.9	-133.3 24.4
$\Sigma M$	0	108.9	-108.9



## Analisis Balok Dengan Metode Momen Distribusi

### Example 12.4

Tentukan momen internal pada tiap titik tumpuan, apabila EI konstan

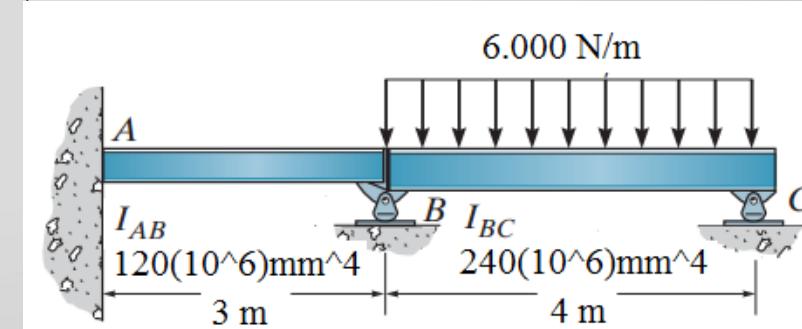
$$K_{AB} = \frac{4E(120)(10^6)}{3} = 160(10^6)E \quad K_{BC} = \frac{3E(240)(10^6)}{4} = 180(10^6)E$$

$$DF_{AB} = \frac{160E}{\infty + 160E} = 0$$

$$DF_{BA} = \frac{160E}{160E + 180E} = 0,4706 \quad DF_{BC} = \frac{180E}{160E + 180E} = 0,5294$$

$$DF_{CB} = 1$$

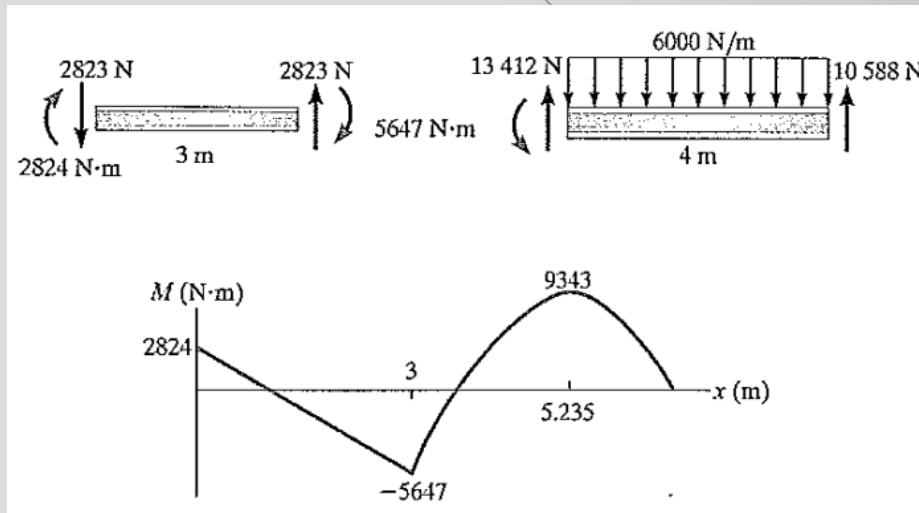
$$(FEM)_{BC} = -\frac{wL^2}{8} = -\frac{6.000(4)^2}{8} = -12.000 \text{ N} \cdot \text{m}$$



## Example 12.4

### Analisis Balok Dengan Metode Momen Distribusi

Joint	<i>A</i>	<i>B</i>		<i>C</i>
Member	<i>AB</i>	<i>BA</i>	<i>BC</i>	<i>CB</i>
DF	0	0.4706	0.5294	1
FEM Dist.		5647.2	-12 000 6352.8	
CO	2823.6			
$\Sigma M$	2823.6	5647.2	-5647.2	0





KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN,  
RISET, DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS TEUKU UMAR  
FAKULTAS TEKNIK

PROGRAM STUDI TEKNIK SIPIL

KAMPUS UTU, MEULABOH-ACEH BARAT 23615, PO BOX 59 Telp. 0655-7110535  
Laman : [www.utu.ac.id](http://www.utu.ac.id), Email : [info@utu.ac.id](mailto:info@utu.ac.id)

**UJIAN AKHIR SEMESTER GANJIL  
TAHUN AKADEMIK 2021/2022**

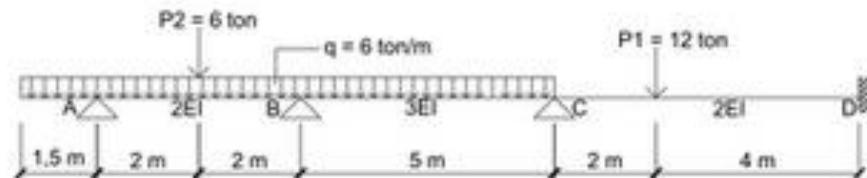
Mata Kuliah	: Analisa Struktur III	Jurusan	: Teknik Sipil
Kode Mata Kuliah	: FT1117 - Analisa Struktur III	Sifat Ujian	: Open Book
SKS	: 2 SKS	Waktu	: 08:00 s.d 09:40 Wib
Hari/Tgl. Ujian	: Rabu/08 Desember 2021	Dosen	: Teuku Farizal, S.T., M.T
Jumlah Mahasiswa	: 22 orang	Ruangan	: U2A-308-Gedung Terintegrasi FT

Petunjuk Umum

- Periksalah dan bacalah setiap soal dengan cermat sebelum menjawab
- Laporkan kepada pengawas apabila ada tulisan yang kurang jelas, rusak atau jumlah soal kurang
- Periksalah dahulu jawaban anda sebelum diserahkan kepada pengawas

Selamat Bekerja

- Sebuah balok kontinu seperti gambar dibawah ini, hitunglah dengan persamaan liga momen (clapeyron), gambarkan diagram geser dan diagram momen.



UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA  
FAKULTAS TEKNIK SIPIL DAN PERENCANAAN  
PROGRAM STUDI TEKNIK SIPIL

**SOAL UJIAN TENGAH SEMESTER (UTS), SMT. GENAP TA. 2013/2014**

Verifikasi Soal
Tgl : <b>25 APR 2014</b>

**MATA UJIAN : ANAKISIS STRUKTUR STATIS TAK TENTU**  
**DOSEN PENGUJI : IR. SUSASTRAWAN, M.S.**  
**HARI/TANGGAL : SENIN, 28 APRIL 2014**  
**WAKTU : 120 MENIT**  
**SIFAT UJIAN : TUTUP BUKU**

**PERHATIAN :**  
 1. BERDOALAH SEBELUM DAN SESUDAH ANDA MENGERJAKAN SOAL-SOAL.  
 2. SEGALA BENTUK KECURANGAN AKAN DICATAT OLEH PENGAWAS TANPA PEMBERITAHUAN TERLEBIH DAHULU, DAN UJIAN DIANGGAP GUGUR.

**1. Diketahui struktur balok menerus seperti pada gambar berikut :**

**Pertanyaan :**

a. Hitung Reaksi perletakan B dengan metoda Deformasi Konsisten.  
 b. Hitung dan Gambarkan SFD dan BMD Struktur tersebut.

**2. Diketahui struktur balok menerus sebagai berikut :**

*B1 = 8 m<sup>2</sup> semua untuk semua batang*

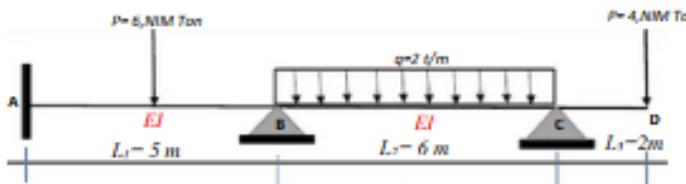
**Pertanyaan :**  
 Hitung dan gambarkan SFD dan BMD struktur diatas dengan menggunakan Metode Distribusi Momen.

	<b>STANDAR AKADEMIK</b>	No. Formulir	: UFISTD.D02/Form.03
	<b>STANDAR PEDOMAN AKADEMIK</b>	Berlaku Sejak	: 02 September 2019
	<b>FORMULIR SOAL UJIAN AKHIR SEMESTER</b>	Revisi	: 5

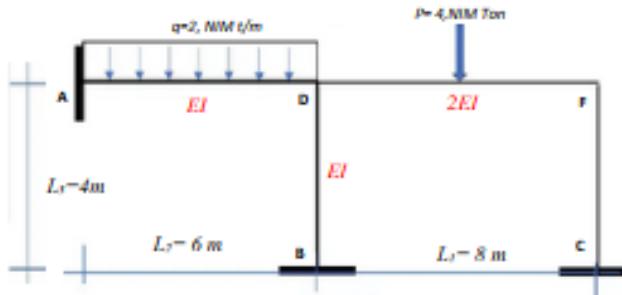
**UNIVERSITAS FALETEHAN  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNIK  
PROGRAM STUDI TEKNIK SIPIL TINGKAT III / SMT V  
UJIAN AKHIR SEMESTER GENJIL / GENAP  
TAHUN AKADEMIK 2020/2021**

Mata Kuliah	:	ANALISA STRUKTUR I
Jml SKS	:	3 (TIGA)
Hari / Tanggal	:	Sabtu, 23 Januari 2021
Waktu	:	120 Menit
Koordinator	:	.....
Dosen Pengampu	:	ADRIADI, ST., MT.

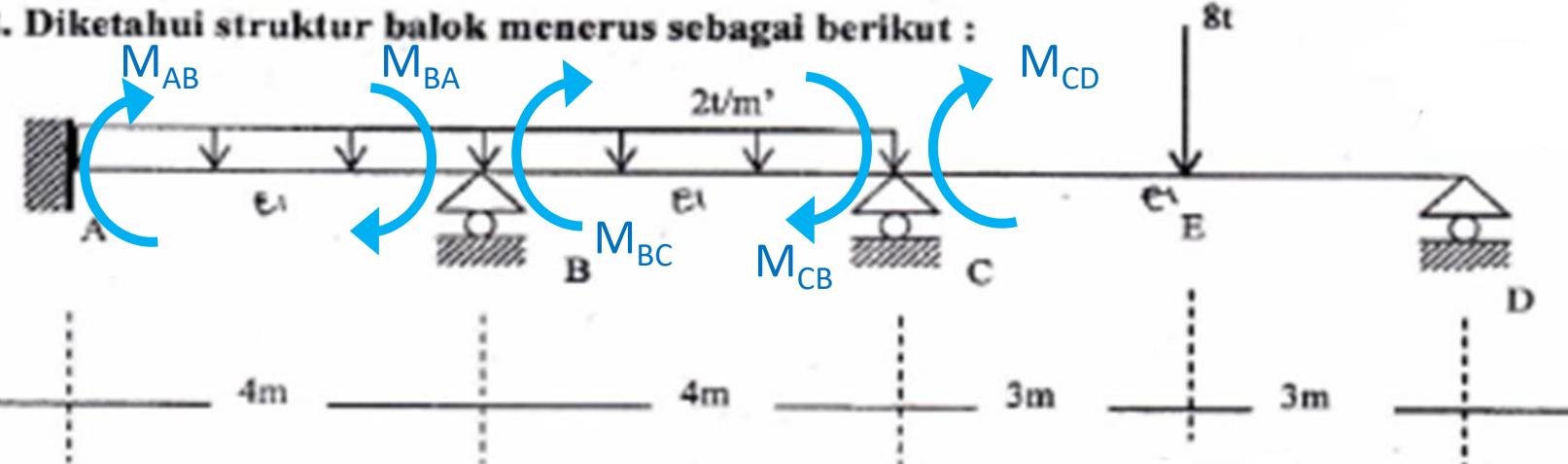
1. Dengan Metode Slope Deflection , Hitung reaksi perletakan dan gaya dalam Momen Lintang, dan gambarkan pola lenturan garis elastis balok tersebut. (35%)



2. Dengan Metode Cross , Hitung reaksi perletakan dan gaya dalam Momen, Lintang dan gambarkan pola lenturan garis elastis struktur tersebut. (65%)



2. Diketahui struktur balok menerus sebagai berikut :



@ 2 poin

$$K_{AB} =$$

$$DF_{AB} =$$

$$DF_{CB} =$$

$$FEM_{AB} = FEM_{BC} =$$

$$K_{BC} =$$

$$DF_{BA} =$$

$$DF_{CD} =$$

$$FEM_{BA} = FEM_{CB} =$$

$$K_{CD} =$$

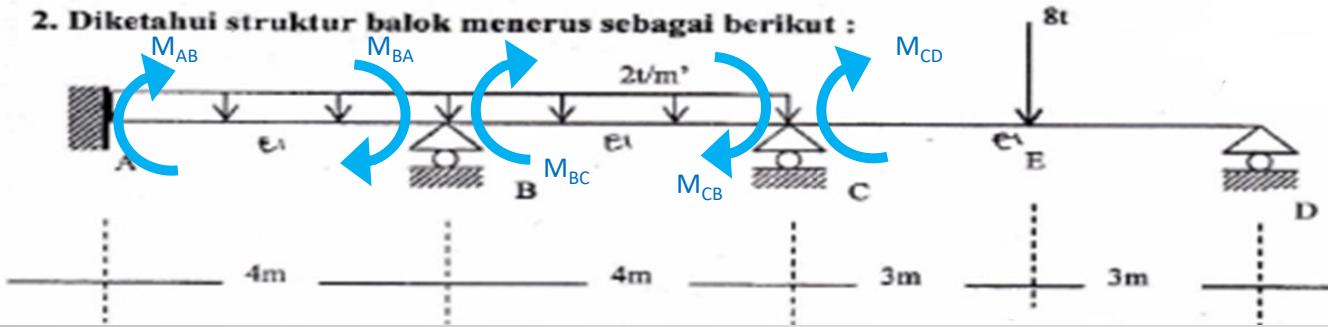
$$DF_{BC} =$$

$$DF_{DC} =$$

$$FEM_{CD} =$$



2. Diketahui struktur balok menerus sebagai berikut :



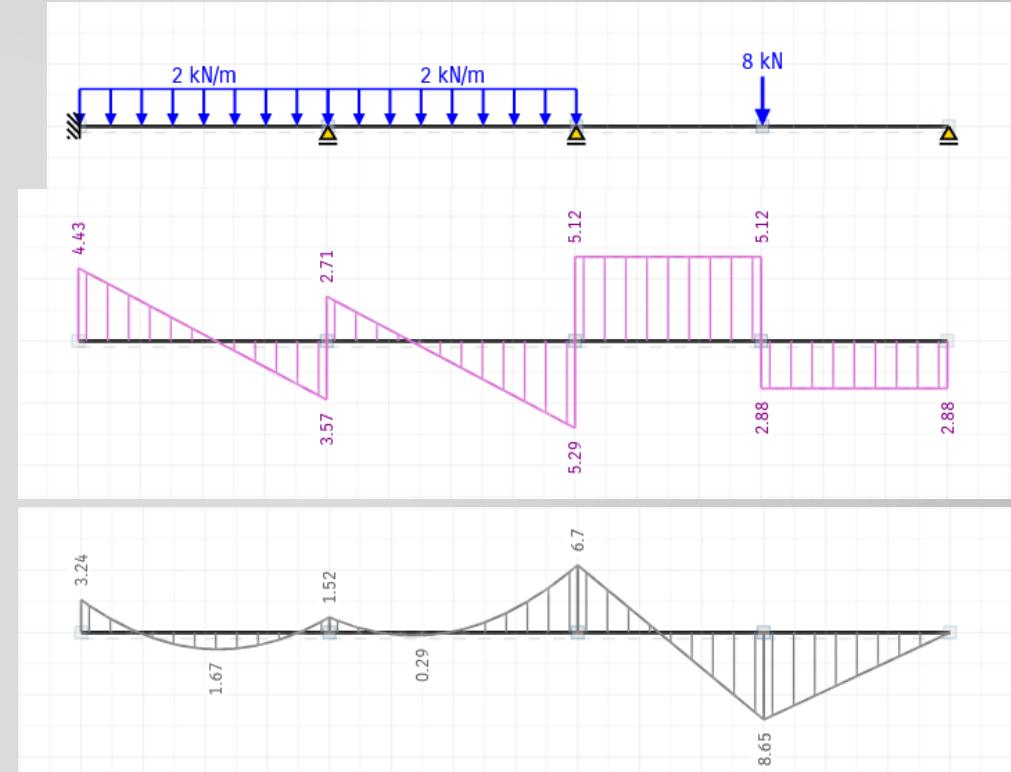
10 poin

	DF	A AB 0	B BA 0.5	C BC 0.5	C CB 0.666667	C CD 0.333333	D DC 1
1	FEM Dist	-2.67	2.67	-2.67	2.67	-9.00	
2	CO Dist						
3	CO Dist						
4	CO Dist						
5	CO Dist						
6	CO Dist						
7	CO Dist						
8	CO Dist						
	SUM						0



		A	B	C	D	
	DF	AB	BA	BC	CB	CD
		0	0.5	0.5	0.666667	0.333333
1	FEM	-2.67	2.67	-2.67	2.67	-9.00
	Dist		0.00	0.00	4.22	2.11
2	CO			2.11		
	Dist		-1.06	-1.06		
3	CO	-0.53			-0.53	
	Dist				0.35	0.18
4	CO			0.18		
	Dist		-0.09	-0.09		
5	CO	-0.04			-0.04	
	Dist				0.03	0.01
6	CO			0.01		
	Dist		-0.01	-0.01		
7	CO	0.00			0.00	
	Dist				0.00	0.00
8	CO			0.00		
	Dist		0.00	0.00		
	SUM	<b>-3.24</b>	<b>1.52</b>	<b>-1.52</b>	<b>6.70</b>	<b>-6.70</b>

SFD



BMD





