LENDUTAN BALOK
METODE CONJUGATE BEAM

ANALISIS STRUKTUR – TSI204 (3 sks)

Pertemuan 3

Metode Balok Konjugasi

- Metode balok konjugasi dikembangkan oleh H. Műller-Breslau di tahun 1865.
- Metode ini hampir sama dengan metode luas momen yang telah dibahas sebelumnya.
- Balok konjugasi merupakan balok fiktif yang memiliki panjang sama dengan balok nyatanya, yang diberi beban berupa diagram *M/EI* yang diperoleh dari hasil analisis balok nyata.
- Metode balok konjugasi didasarkan pada analogi antara hubungan beban, gaya geser dan momen lentur serta hubungan *M/EI*, sudut rotasi dan lendutan.

$\frac{dQ}{dx} = q$	$\frac{d^2M}{dx^2} = q$
$\frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{EI}$	$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$

Integrasi dari persamaan-persamaan tersebut akan menghasilkan :

$Q = \int q.dx$	$M = \int \left[\int q.dx \right] dx$
$\theta = \int \frac{M}{EI} dx$	$y = \int \left[\int \frac{M}{EI} dx \right] dx$

Hasil tersebut menunjukkan bahwa
gaya geser, *Q*, berkorelasi dengan sudut putar θ,
momen lentur, *M* berkorelasi dengan lendutan, *y*, dan
beban, *q* berhubungan dengan diagram *M/EI*.

Dari kedua hubungan tersebut maka diperoleh dua buah teorema umum dalam metode balok konjugasi.

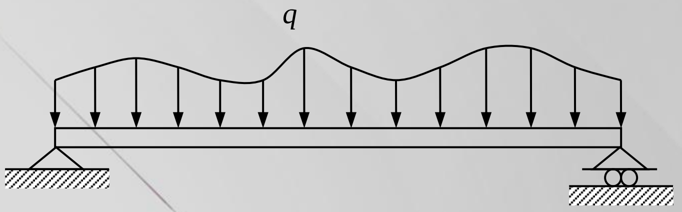
Teorema 1

sudut rotasi di suatu titik dari balok nyata secara numerik sama dengan gaya geser di titik tersebut pada balok konjugasi

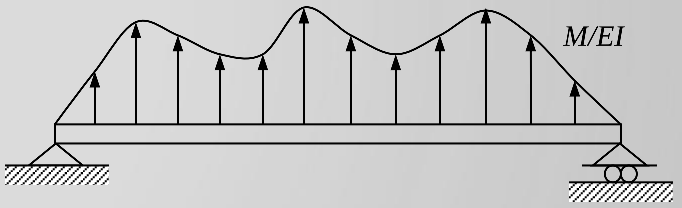
Teorema 2

lendutan di suatu titik dari balok nyata secara numerik sama dengan momen di titik tersebut pada balok konjugasi

- Suatu balok sederhana di atas dua tumpuan dengan beban merata *q*, ditransformasi menjadi balok konjugasi-nya, dengan beban merata berupa diagram *M/EI* yang dihasilkan dari pembebanan pada balok nyata.
- Apabila diagram *M/EI* dari balok nyata bernilai **positif** maka arah beban dari diagram *M/EI* adalah **kearah atas**, demikian pula sebaliknya.
- Dalam melakukan transformasi balok nyata menjadi balok konjugasi, maka harus dilakukan penyesuaian kondisi tumpuan

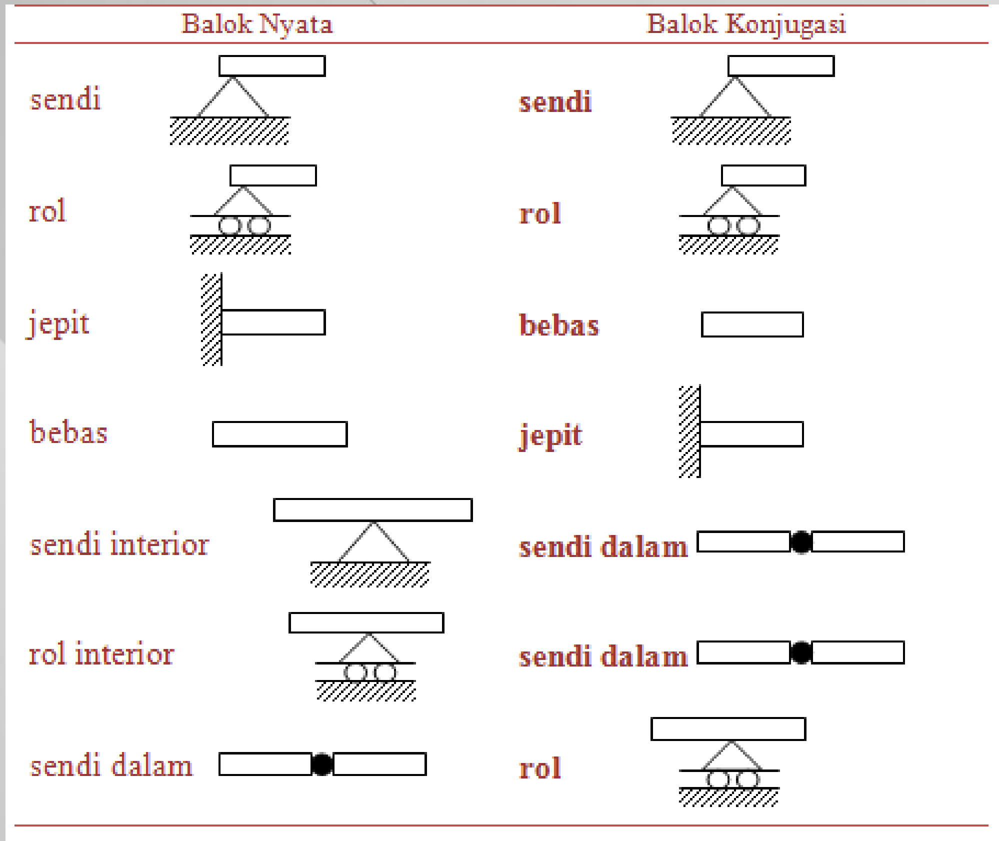


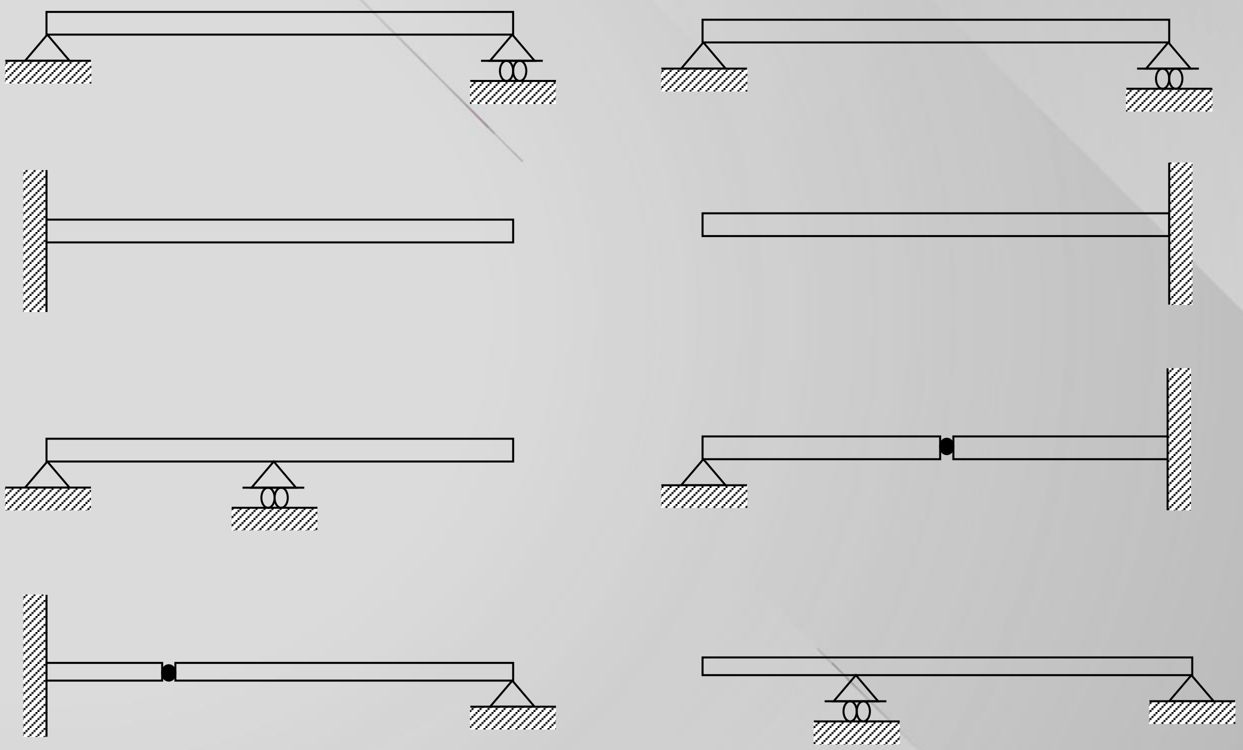
(a) **Balok sederhana dengan beban merata *q***



(b) Balok konjugasi dengan beban *M/EI*
Gambar 5.9 Transformasi balok nyata ke balok konjugasi.

Contoh Transformasi balok nyata ke balok konjugasi.

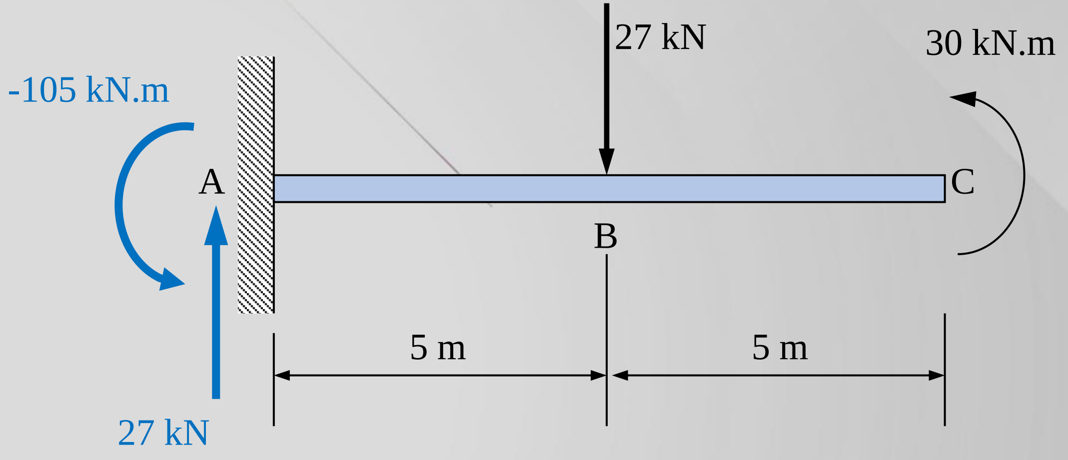


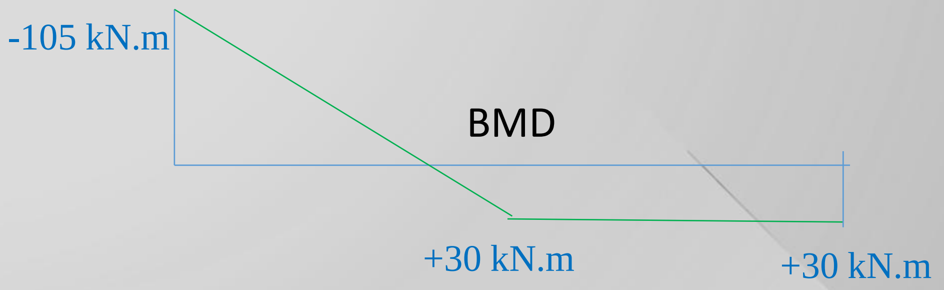


Balok Nyata **Balok Konjugasi**

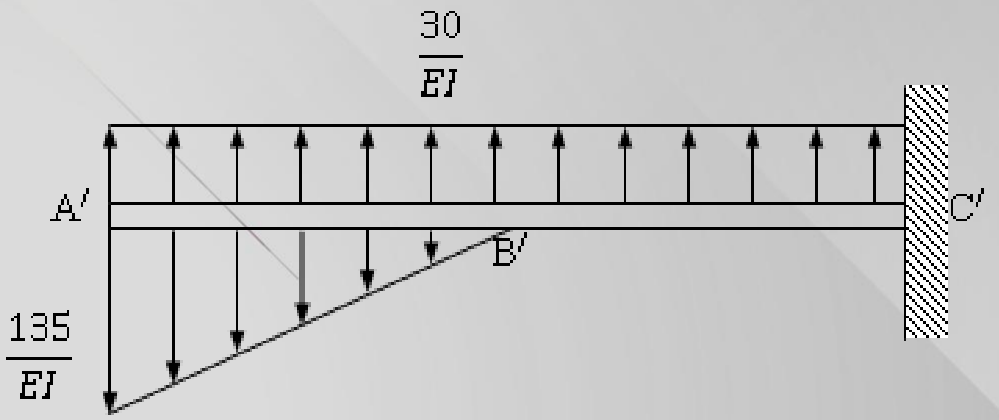
Contoh 1

- Suatu balok kantilever seperti nampak dalam Gambar dengan nilai *E* = 200 GPa dan *I* = $400 \cdot 10^6$ mm^4.
- Dengan menggunakan metode balok konjugasi hitunglah besarnya sudut rotasi dan lendutan di titik *C*.





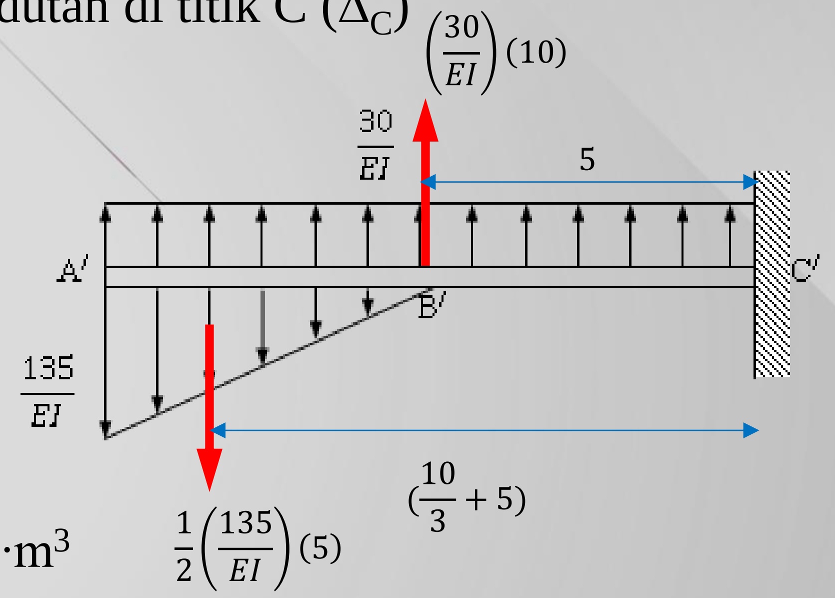
- Ujung tumpuan *A* yang semula berupa tumpuan jepit, pada balok konjugasi dinotasikan sebagai A' yang berupa ujung bebas
- Ujung tumpuan *C* pada balok nyata, menjadi tumpuan C' yang berupa jepit pada balok konjugasi.
- Momen lentur positif pada balok nyata, digambarkan sebagai beban merata *M*/*EI* dengan arah ke atas, demikian sebaliknya untuk momen lentur negatif.



Selanjutnya dapat dihitung besar sudut rotasi di titik C (θ_C) dan besar lendutan di titik C (Δ_C)

$$\theta_C = Q_C' = -\frac{1}{2}\left(\frac{135}{EI}\right)(5) + \left(\frac{30}{EI}\right)(10) = -\frac{37{,}5}{EI}\ \mathrm{kN{\cdot}m^2}$$

$$= -\frac{37{,}5 kN{\cdot}m^2}{\left(200{\cdot}10^6 \frac{kN}{m^2}\right)\left(400{\cdot}10^{-6}\ m^4\right)} = \mathbf{-\ 0{,}469{\cdot}10^{-3}\ rad.}$$

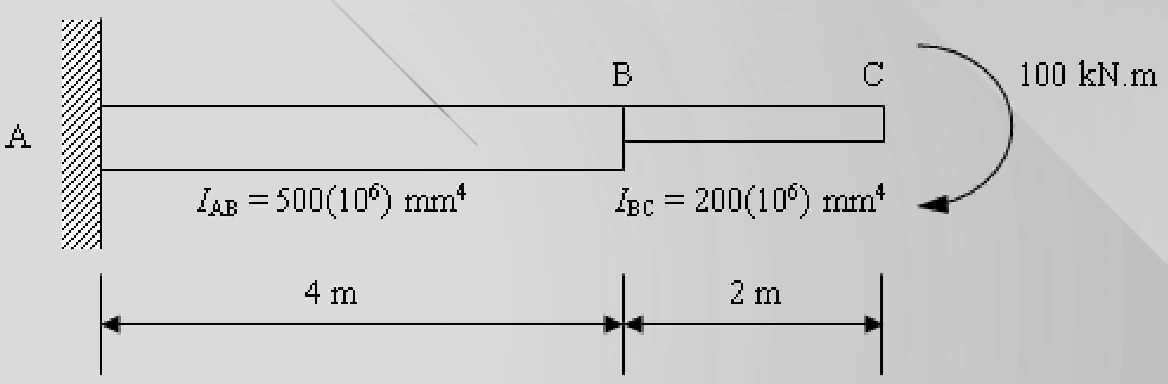


$$y_C = M_C' = -\frac{1}{2}\left(\frac{135}{EI}\right)(5)\left(\frac{10}{3} + 5\right) + \left(\frac{30}{EI}\right)(10)(5) = -\frac{1312{,}5}{EI}\ \mathrm{kN{\cdot}m^3}$$

$$= -\frac{1312{,}5 kN{\cdot}m^3}{\left(200{\cdot}10^6 \frac{kN}{m^2}\right)\left(400{\cdot}10^{-6}\ m^4\right)} = \mathbf{-\ 16{,}41{\cdot}10^{-3}\ m.}$$

Contoh 2

- Dengan menggunakan metode balok konjugasi, tentukan besarnya sudut rotasi dan lendutan di titik C dari balok kantilever dalam Gambar. Asumsikan bahwa modulus elastisitas bahan adalah *E* = 200 GPa. Momen inersia penampang dicantumkan dalam gambar tersebut

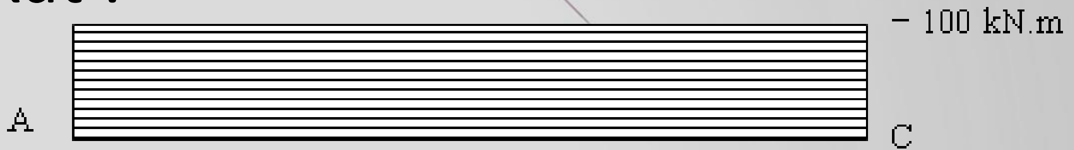


- Karena besar momen inersia antara segmen AB dan BC tidak sama, maka besar momen inersia AB dapat dinyatakan sebagai fungsi dari momen inersia BC sebagai berikut :

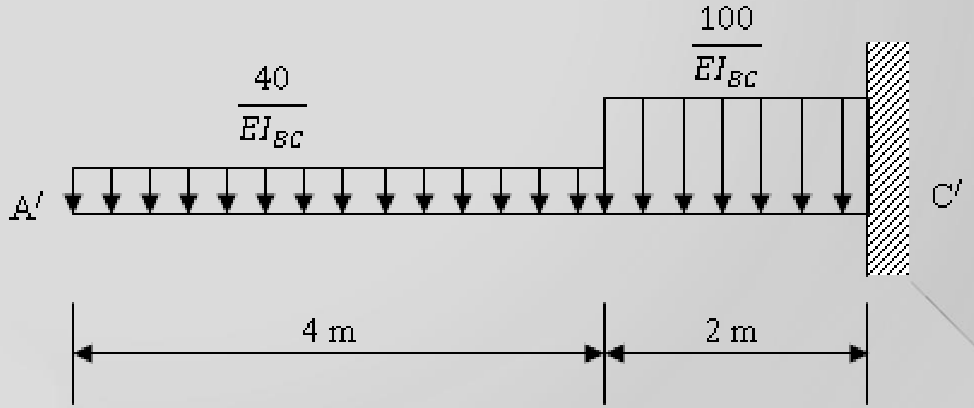
$$I_{AB} = 500 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{BC} = 200.10^6 \text{ mm}^4$$

sehingga $I_{AB} = 2{,}5 \cdot I_{BC}$



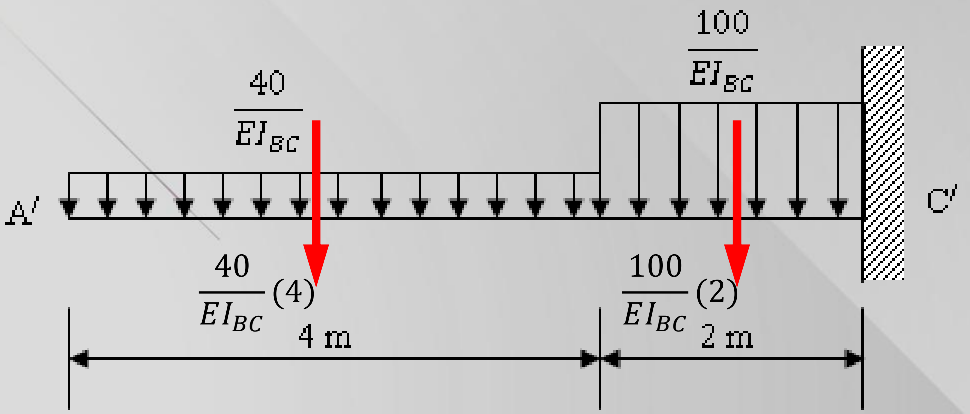
(i) Diagram momen



(ii) Balok konjugasi

$$\theta_C = Q_C{}' = -\frac{40}{EI_{BC}}(4) - \frac{100}{EI_{BC}}(2) = -\frac{360}{EI_{BC}}\ \text{kN.m}^2$$

$$= -\frac{360\ kN.m^2}{(200 \cdot 10^6 kN/m^2)(200 \cdot 10^{-6} m^4)} = \mathbf{-\,9 \cdot 10^{-3}\ rad.}$$



$$y_C = M_C{}' = -\frac{40}{EI_{BC}}(4)(4) - \frac{100}{EI_{BC}}(2)(1) = -\frac{840}{EI_{BC}}\ \text{kN.m}^3$$

$$= -\frac{840\ kN.m^3}{(200 \cdot 10^6 kN/m^2)(200 \cdot 10^{-6} m^4)} = \mathbf{-\,0{,}021\ m.}$$