

LENDUTAN BALOK METODE LUAS MOMEN

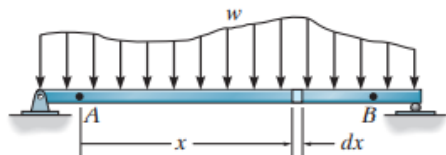
ANALISIS STRUKTUR – TSI204 (3 sks)

Pertemuan 2

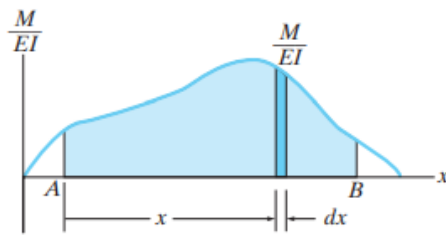


Metode Luas Momen

- Ide awal tentang 2 teorema luas momen dicetuskan oleh Otto Mohr yang kemudian disempurnakan oleh Charles E. Greene.
- Metode ini merupakan metode semi grafis untuk menentukan slope dan deflection pada satu titik tertentu pada sebuah balok yang mengalami lentur.



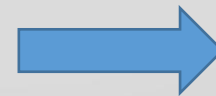
(a)



(b)

- Jika kita gambarkan bidang momen (BMD) dari suatu balok, dan membaginya dengan kekakuan lentur (EI), maka didapatkan diagram M/EI .

$$d\theta = \frac{M}{EI} dx$$



$$\theta_{B/A} = \int_A^B \frac{M}{EI} dx$$

Theorem 1: The change in slope between any two points on the elastic curve equals the area under the M/EI diagram between these two points.

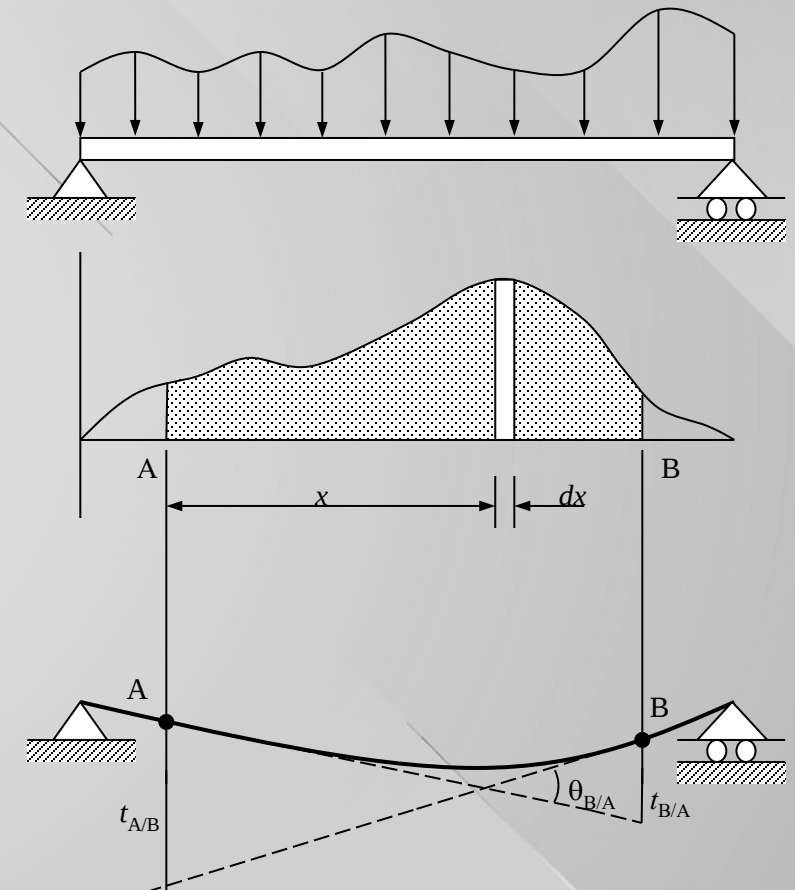
Metode Luas Momen

Theorem 2: The vertical deviation of the tangent at a point (A) on the elastic curve with respect to the tangent extended from another point (B) equals the “moment” of the area under the M/EI diagram between the two points (A and B). This moment is calculated about point A (the point on the elastic curve), where the deviation $t_{A/B}$ is to be determined.

$$t_{B/A} = \bar{x} \int_A^B \frac{M}{EI} dx$$

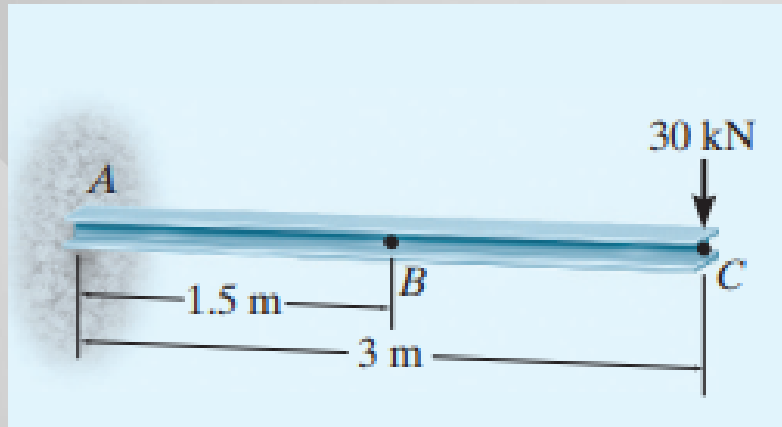
$\theta_{B/A}$ didefinisikan sebagai sudut perpotongan antara garis singgung di titik A dengan garis singgung di titik B.

$t_{B/A}$ didefinisikan sebagai deviasi vertikal di titik B diukur dari garis singgung di titik A, yang merupakan hasil kali antara luas diagram M/EI dengan titik beratnya terhadap titik B.



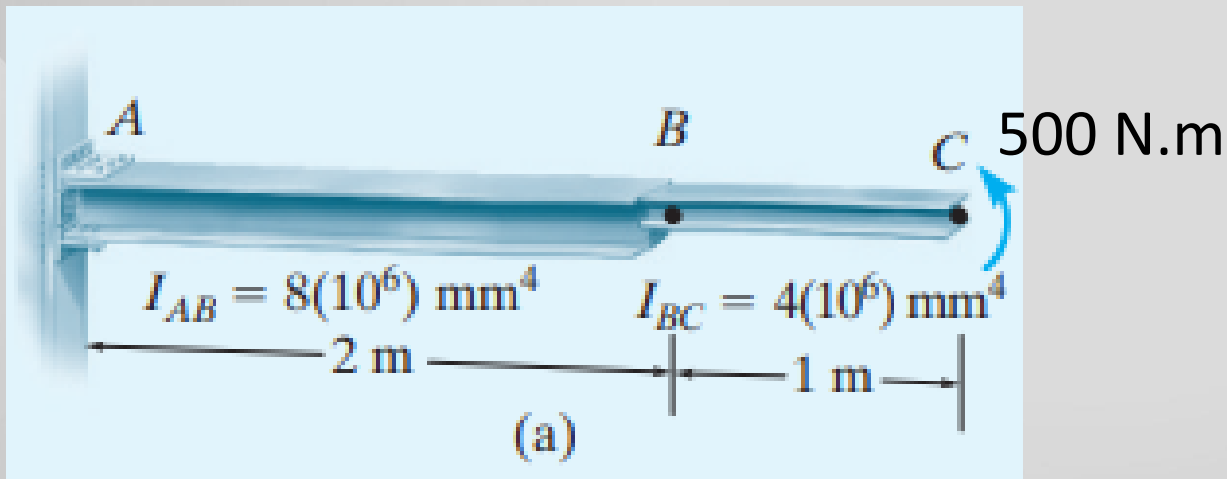
Contoh 1

- Determine the slope at points B and C of the beam shown in Fig. 7–16a. Take $E = 200 \text{ GPa}$ and $I = 71.1(10^6) \text{ mm}^4$.



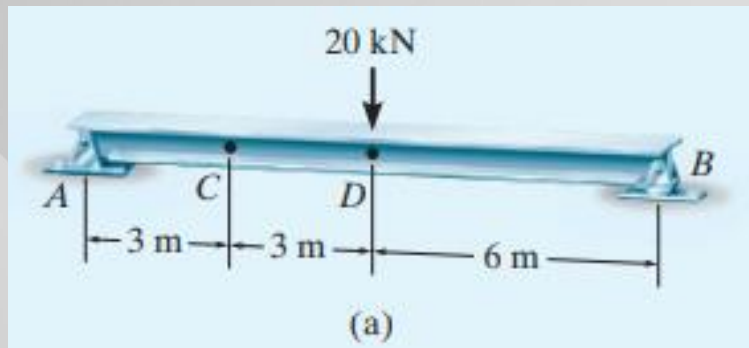
Contoh 2

- Determine the displacement at points B and C of the beam shown in Fig. 7–17a. Values for the moment of inertia of each segment are indicated in the figure. Take $E = 200 \text{ GPa}$.



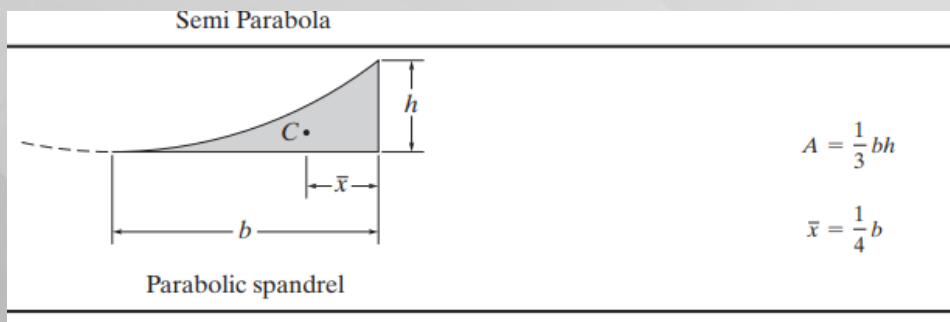
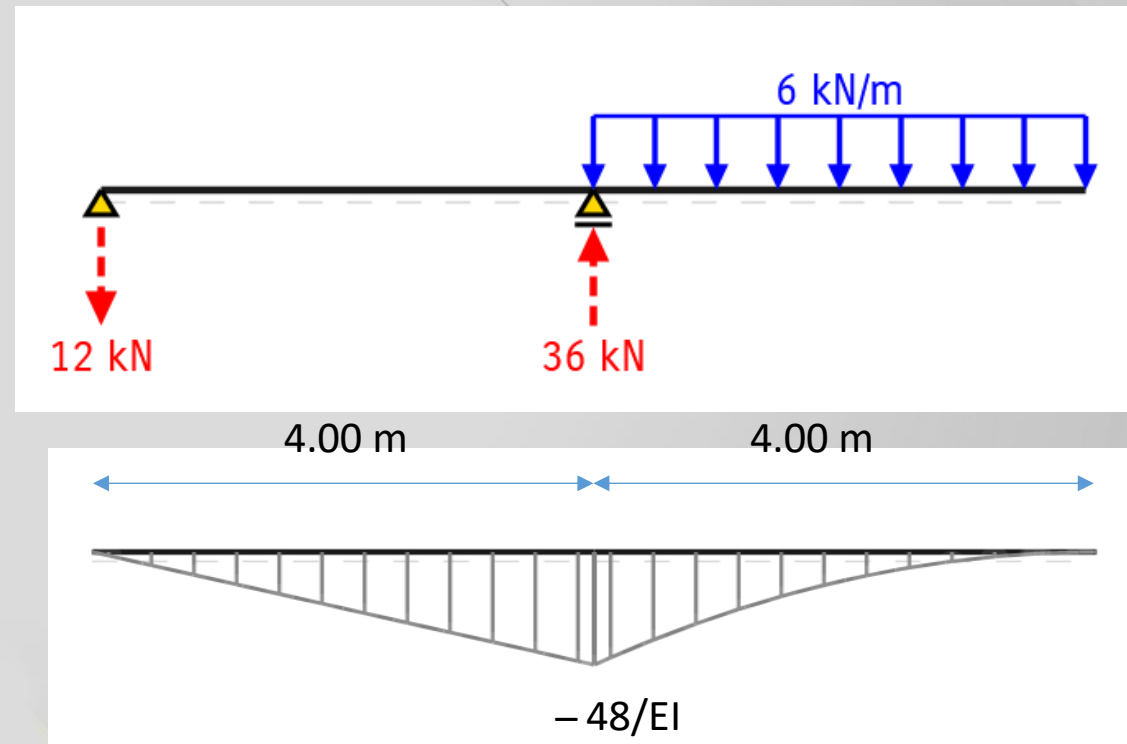
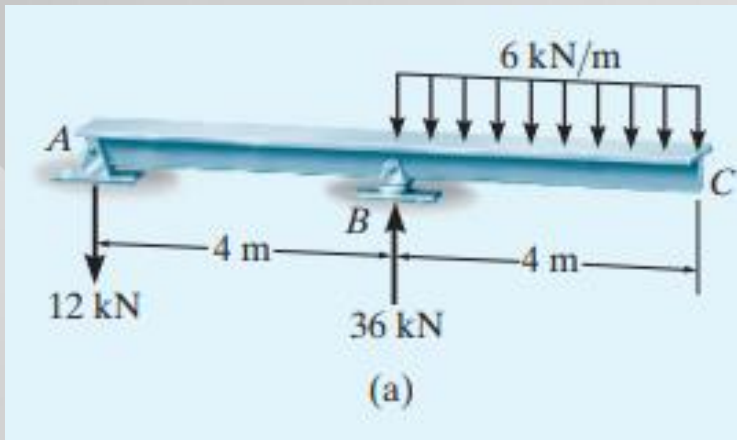
Contoh 3

- Determine the slope at point C of the beam in Fig. 7–18a. $E = 200 \text{ GPa}$, $I = 6(10^6) \text{ mm}^4$.



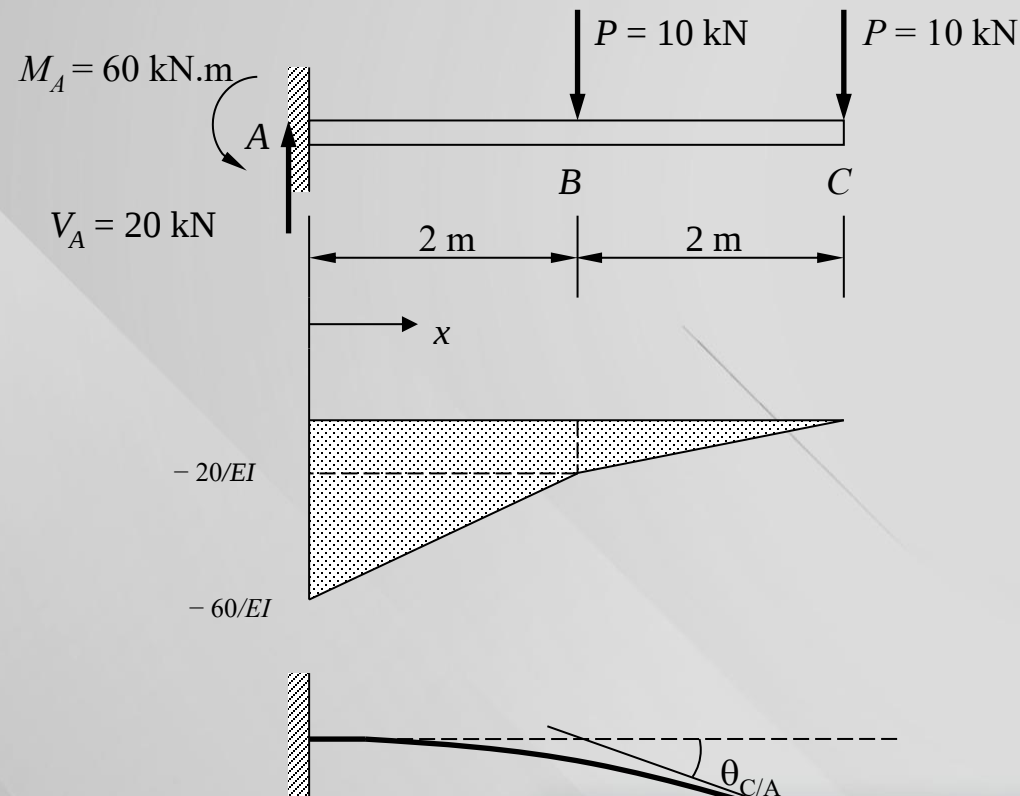
Contoh 4

- Determine the displacement at point C of the beam shown in Fig. 7–21a. $E = 200$ GPa, $I = 250(10^6) \text{ mm}^4$



Contoh 1

- Hitunglah lendutan dan sudut rotasi dalam Gambar berikut untuk titik B saja.

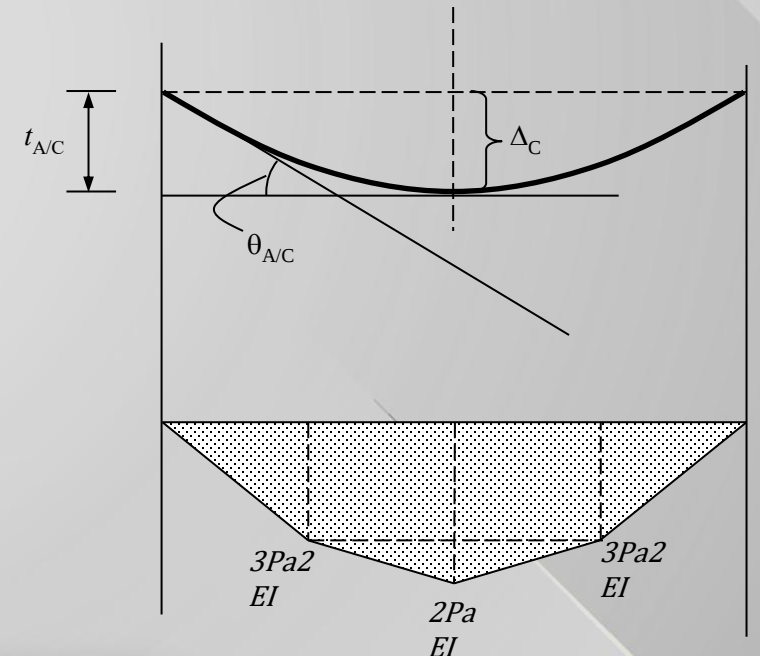
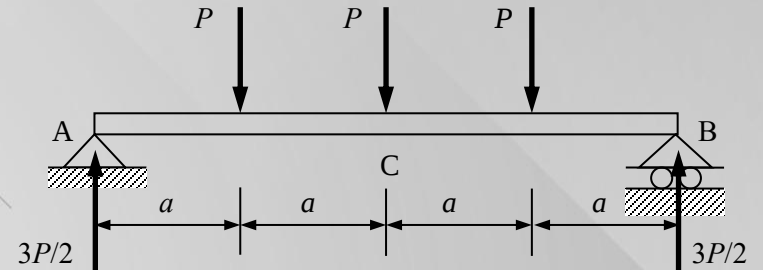


$$\begin{aligned}\theta_C = \theta_{C/A} &= -\frac{20}{EI}(2) - \frac{1}{2}\left(\frac{40}{EI}\right)(2) - \frac{1}{2}\left(\frac{20}{EI}\right)(2) \\ &= -\frac{100}{EI} \text{ kN.m}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y_C = t_{C/A} &= -\frac{20}{EI}(2)(3) - \frac{1}{2}\left(\frac{40}{EI}\right)(2)\left(\frac{10}{3}\right) \\ &\quad - \frac{1}{2}\left(\frac{20}{EI}\right)(2)\left(\frac{4}{3}\right) \\ &= -\frac{280}{EI} \text{ kN.m}^3\end{aligned}$$

Contoh 2

- Tentukan besar sudut rotasi di titik A dan lendutan di titik C pada suatu struktur balok sederhana yang mengalami pembebanan seperti pada Gambar berikut ini, dengan menggunakan metode luas momen. Anggaplah balok memiliki kekakuan lentur, EI yang seragam.

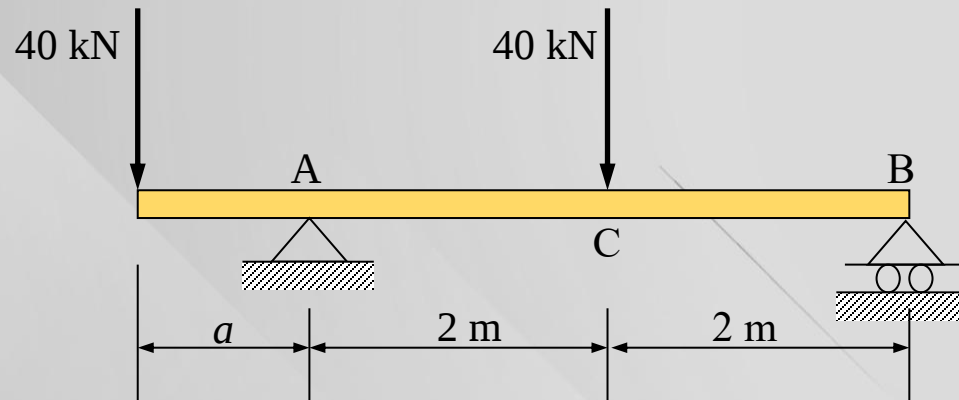


$$\theta_A = \theta_{A/C} = \frac{1}{2} \frac{3Pa}{2EI} a + \frac{3}{2} \frac{Pa}{EI} (a) + \frac{1}{2} \frac{Pa}{2EI} (a) = \frac{5Pa^2}{2EI}$$

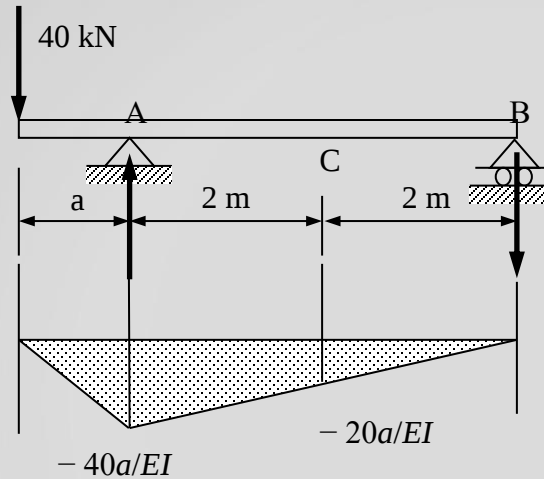
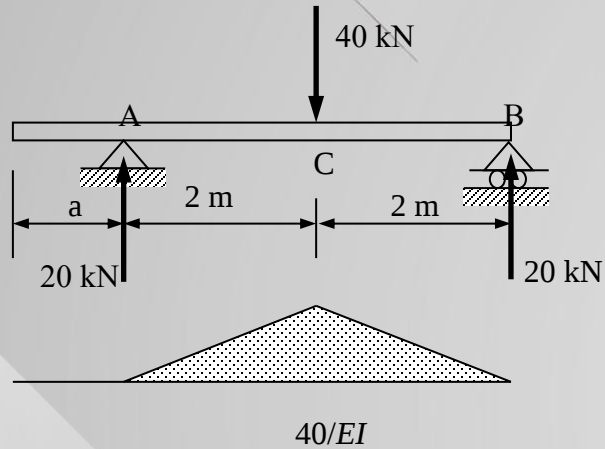
$$\Delta_C = t_{C/A} = \frac{1}{2} \frac{3Pa}{2EI} (a) \left(\frac{2}{3} a \right) + \frac{3Pa}{2EI} (a) \left(a + \frac{a}{2} \right) + \frac{1}{2} \frac{Pa}{2EI} (a) \left(a + \frac{2a}{3} \right) = \frac{19Pa^3}{6EI}$$

Contoh 3

- Hitunglah panjang kantilever a , pada balok sederhana dalam Gambar dengan menggunakan metode luas momen, agar sudut rotasi di titik A sama dengan nol. Anggaplah balok memiliki EI konstan.



Untuk mempermudah penyelesaian, maka dalam penggambaran diagram M/EI dapat digunakan metode superposisi

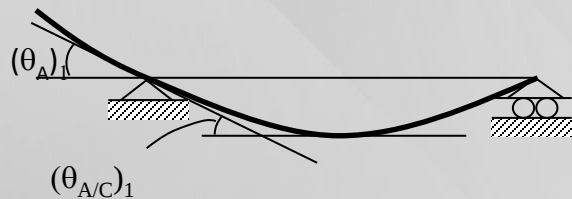


Karena disyaratkan sudut rotasi di A sama dengan nol, maka harus dipenuhi :

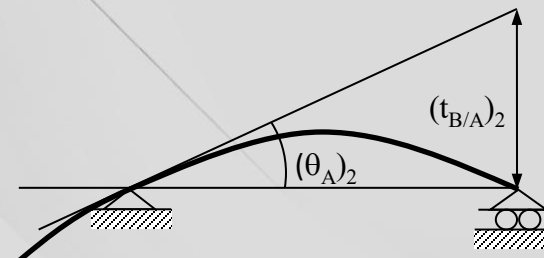
$$(\theta_A)_1 + (\theta_A)_2 = 0$$

$$-\frac{160a}{3EI} + \frac{40}{EI} = 0$$

Atau **$a = 0,75 \text{ m}$**



$$(\theta_A)_1 = (\theta_{A/C})_1 = \frac{1}{2} \frac{40}{EI} (2) = \frac{40}{EI}$$



$$(\theta_A)_2 = \frac{(t_{B/A})_2}{4} = -\frac{160a}{3EI}$$

$$(t_{B/A})_2 = \frac{1}{2} \left(-\frac{40a}{EI} \right) (4) \left(\frac{2}{3} \times 4 \right) = -\frac{640a}{3EI}$$

