STATISTIKA DAN PROBABILITAS (CIV -110)

PERTEMUAN 4

KONSEP DAN TEORI PELUANG

Universitas Pembangunan Jaya

UNIVERSITAS PEMBANGUNAN JAYA

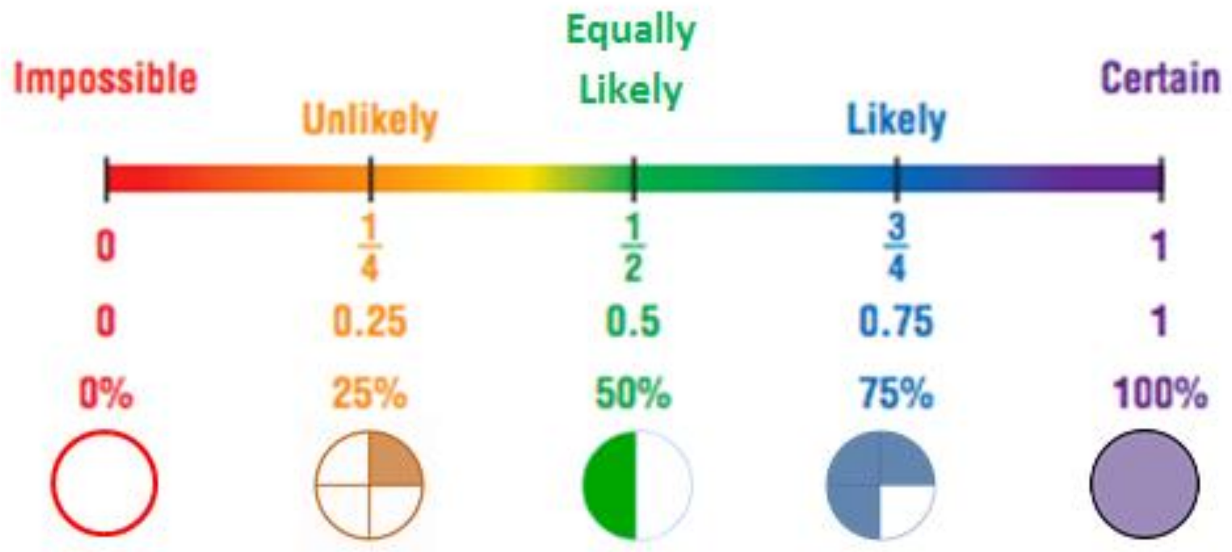
JL.CENDRAWASIH NO.1 SAWAH BARU, CIPUTAT 15413 TANGERANG SELATAN

OUTLINE

- Definisi Probabilitas
- Ruang sampel Kejadian, peristiwa
- Peluang dan tipenya
- Tree diagram
- Distribusi peluang
- Distribusi kurva normal

Definisi PROBABILITAS

PROBABILITY : a value between zero and one, inclusive, describing the relative possibility (chance or likelihood) an event will occur.



KEJADIAN

Kejadian merupakan himpunan bagian dari ruang sampel atau secara praktis kejadian adalah proses terjadinya sesuatu baik disengaja atau tidak disengaja

- **Pasti terjadi** atau sering = kepastian , disimbolkan dengan 1

- **Mungkin terjadi** atau disebut peluang diberi symbol $0 < p < 1$

- **Mustahil** terjadi atau kemustahilan diberi symbol 0

PERISTIWA (*EVENT*)

Suatu peristiwa atau kejadian (*event*) adalah satu atau lebih dari semua kemungkinan keluaran sebuah tindakan (*trial*) atau percobaan (*experiment*)

Kejadian tunggal /sederhana

- Munculnya salah satu kartu berikut dari 1 set kartu bridge :
  A♠,K♠,Q♠,J♠,10♠,9♠,8♠,7♠,6♠,5♠,4♠,3♠,2♠,
  A♥,K♥,Q♥,J♥,10♥,9♥,8♥,7♥,6♥,5♥,4♥,3♥,2♥
  A♣,K♣,Q♣,J♣,10♣,9♣,8♣,7♣,6♣,5♣,4♣,3♣,2♣,
  A♦,K♦,Q♦,J♦,10♦ ,9♦,8♦,7♦,6♦,5♦,4♦,3♦,2♦

Kejadian majemuk

- Terambilnya kartu ♣ dari 1 set kartu bridge =
  {A♣,K♣,Q♣,J♣,10♣,9♣,8♣,7♣,6♣,5♣,4♣,3♣,2♣}
  atau munculnya kartu As = {A♣. A♥, A♦, A♠}

PERCOBAAN DAN RUANG SAMPEL

Ruang sampel : himpunan semua kemungkinan yang terjadi pada suatu percobaan

Contoh : melempar sebuah dadu

Ruang sampel :{1,2,3,4,5,6}

Titik sampel :1,2,3,4,5 dan 6

Himpunan bagian dari ruangh sampel disebut kejadian

Kejadian sederhana : {1}, {2}, {3}, {4}, {5}, {6}

TIPE KEJADIAN

Dilihat dari sifat keberlangsungannya , kejadian dibagi menjadi 3 sifat

- **Saling asing, eksklusif dan komplementer**

Jika A terjadi maka B tidak terjadi (A dan B komplementer)
Contoh : kejadian muncul gambar dan angka pada mata uang koin yang ditos

$A \text{ atau } B$

- **Saling bebas, independen**

Jika A tidak mempengaruhi kejadian B atau kejadian A tidak meniadakan kejadian B. Contoh : kejadian muncul gambar pada koin pertama dan angka pada koin kedua

$A \text{ dan } B$

- **Inklusif**

Jika kejadian A memuat kejadian yang lain (B), contoh pengambilan kartu As Diamond dari setumpuk kartu Bridge

$A \text{ dan atau } B$

tsp

PELUANG

Peluang merupakan suatu nilai untuk mengukur tingkat kemungkinan terjadinya suatu kejadian yang tidak pasti (*uncertainty event*)

Peluang : harga perbandingan jumlah kejadian A yang mungkin dapat terjadi terhadap N (jumlah keseluruhan kejadian yang mungkin terjadi dalam sebuah peristiwa)

$$\boldsymbol{P_{(A)} = \frac{n(A)}{n(N)}}$$

$P_{(A)}$ = Peluang kejadian A
n(A) = jumlah kejadian A
n(N) = jumlah seluruh kejadian

Contoh : Berapa peluang munculnya kartu bergambar hati dalam 1 set kartu bridge ?

TIPE PELUANG

- **Saling asing, eksklusif** **P (A atau B) = P(A) + P(B)**

Contoh : A = kejadian munculnya gambar, B = kejadian munculnya angka pada uang koin yang ditos adalah

P (A atau B) = P(A) + P(B) = ½ + ½ =1

- **Saling bebas** **P (A dan B) = P(A) . P(B)**

Contoh : A = kejadian munculnya gambar pada koin pertama, B = kejadian munculnya angka pada uang koin kedua yang ditos adalah

P (A dan B) = P(A) , P(B) = ½ . ½ = ¼

TIPE PELUANG

- **inklusif**

P (A dan atau B) = P(A) + P(B) - P(A) . P(B)

Contoh : A = kejadian terambilnya gambar hati (13) dan B = kejadian terambilnya As dari 1 set kartu bridge

P (A dan atau B) = P(A) + P(B) - P(A) * P(B) = 13/52 + 4/52 – 13/52 * 4/52 = 4/13

HARAPAN

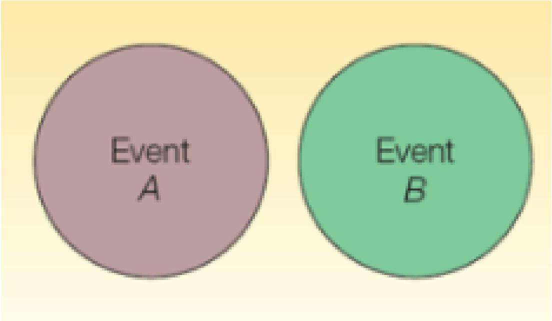
Merupakan hasil kali peluang dengan banyaknya percobaan yang dilakukan

E (X) = P(X) . n

KAIDAH PENJUMLAHAN

- Bila A dan B adalah dua **kejadian sembarang**, maka :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



Contoh :

Dari pelemparan 2 buah dadu, A adalah kejadian munculnya jumlah 7 dan B adalah kejadian munculnya angka 11. Kejadian A dan B adalah saling terpisah karena tidak mungkin terjadi bersamaan. Berapa peluang jumlah 7 atau jumlah 11?

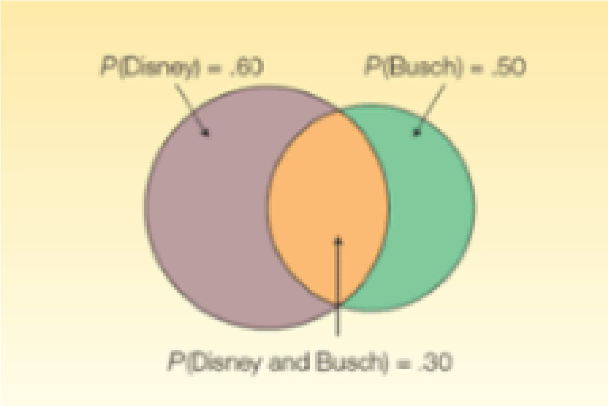
p(A) = 1/6   p(B)=1/18

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &= \frac{1}{6} + \frac{1}{18} = \frac{2}{9} \end{aligned}$$

KAIDAH PENJUMLAHAN

- Bila A dan B adalah **dua kejadian terpisah**, maka :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



Contoh :
Peluang seorang mahasiswa lulus statistika adalah 2/3 dan peluang lulus matematika adalah 4/9. Peluang sekurang-kurangnya lulus salah satu pelajaran tersebut adalah 4/5. Berapa peluang lulus kedua pelajaran tersebut?

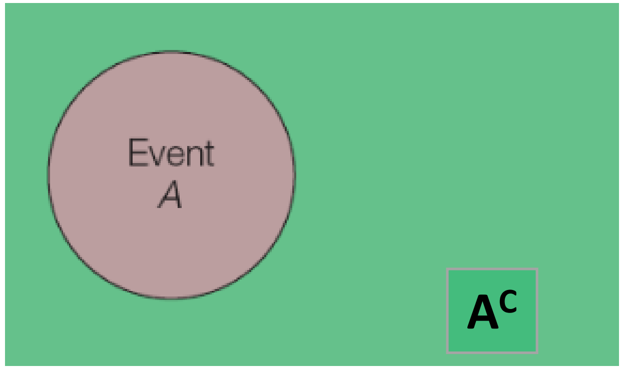
$$P(S \cup M) = P(S) + P(M) - P(S \cap M)$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{4}{5} = \frac{14}{45}$$

KAIDAH PENJUMLAHAN

- Bila A dan A’ adalah **dua kejadian yang satu merupakan komplemen lainnya**, maka :

$$\boldsymbol{P(A) + P\left(A^C\right) = 1}$$



Contoh :

Peluang tidak munculnya angka 3 pada pelemparan sebuah dadu adalah:

$$P(3') = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

KAIDAH PENGGANDAAN

- Bila dalam suatu percobaan kejadian A dan **B keduanya dapat terjadi sekaligus**, maka $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

Contoh :
Sebuah kotak berisi 20 sekering, 5 diantaranya cacat. Bila 2 sekering dikeluarkan dari kotak satu demi satu secara acak (tanpa dikembalikan)berapa probabilitas kedua sekering itu rusak
A : kejadian bahwa sekering pertama rusak.
B : kejadian bahwa sekering kedua rusak.

$P\ (A \cap B)$: A terjadi dan B terjadi setelah A terjadi

Peluang mendapatkan sekering rusak pada pengambilan pertama adalah ¼ dan peluang mendapatkan sekering rusak pengambilan kedua adalah 4/19. Jadi :

$$P(A \cap B) = \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{4}{19}\right) = \frac{1}{19}$$

KAIDAH PENGGANDAAN

- Bila dua kejadian A dan B **saling bebas**, maka $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Contoh :

A dan B menyatakan bahwa mobil pemadam kebakaran dan ambulans siap digunakan, maka:

P(A) = 0.98

P(B) = 0.92

$$P(A \cap B) = (0.98)(0.92) = 0.9016$$

A dan B saling bebas

PELUANG BERSYARAT

- Merupakan peluang dengan suatu syarat kejadian lain, ditulis : $\boldsymbol{P(B|A)}$

Contoh : peluang terjadinya kejadian B bila diketahui suatu kejadian A telah terjadi

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad if\ P(A) > 0$$

Contoh : Ruang sampel menyatakan populasi orang dewasa yang telah tamat SMU disuatu kota tertentu dikelompokkan menurut jenis kelamin dan status pekerjaan :

	Bekerja	Tdk bekerja	Jumlah
Laki-laki	460	40	500
Wanita	140	260	400
	600	300	900

Berapa probabilitas lelaki yang terpilih ternyata berstatus bekerja?

Misalkan ; E = orang yang terpilih berstatus bekeja

M = Lelaki yang terpilih

Probabilitas lelaki yang terpilih ternyata berstatus bekerja adalah

$$P(M/E) = \frac{P(M \cap E)}{P(E)}$$

Dari tabel diperoleh: $P(E) = \frac{600}{900} = \frac{2}{3}$ dan $P(M \cap E) = \frac{460}{900} = \frac{23}{45}$

Jadi:

$$P(M/E) = \frac{23/45}{2/3} = \frac{23}{30}$$

PELUANG BERSYARAT

- Dua kejadian A dan kejadian B dinyatakan bebas jika dan hanya $P(B|A) \neq P(B)\ dan\ P(A|B) \neq P(A)$
- Jika TIDAK demikian, maka A dan B tidak bebas

Contoh :

Suatu percobaban yang menyangkut pengambilan 2 kartu yang diambil berturutan dari satu pack kartu remi dengan pengembalian. Jika A menyatakan kartu pertama yang terambil as, dan B menyatakan kartu kedua skop(spade)

Karena kartu pertama dikembalikan, maka ruang sampelnya tetap, yang terdiri atas 52 kartu, berisi 4 As dan 13 skop

Jadi $P(B/A) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ dan $P(B) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ diperoleh $P(B/A) = P(B)$

PELUANG BERSYARAT

- Jika kejadian A dan kejadian B dapat terjadi secara serentak pada suatu percobaan, maka berlaku $P(A \cap B) = P(A)\ P(B|A)$ dan berlaku juga $P(A \cap B) = P(B)\ P(A|B)$

Contoh :

Sebuah kotak berisi 20 sekering, 5 diantaranya cacat. Bila 2 sekering dikeluarkan dari kotak satu demi satu secara acak (tanpa dikembalikan). Berapa probabilitas kedua sekering itu rusak ?

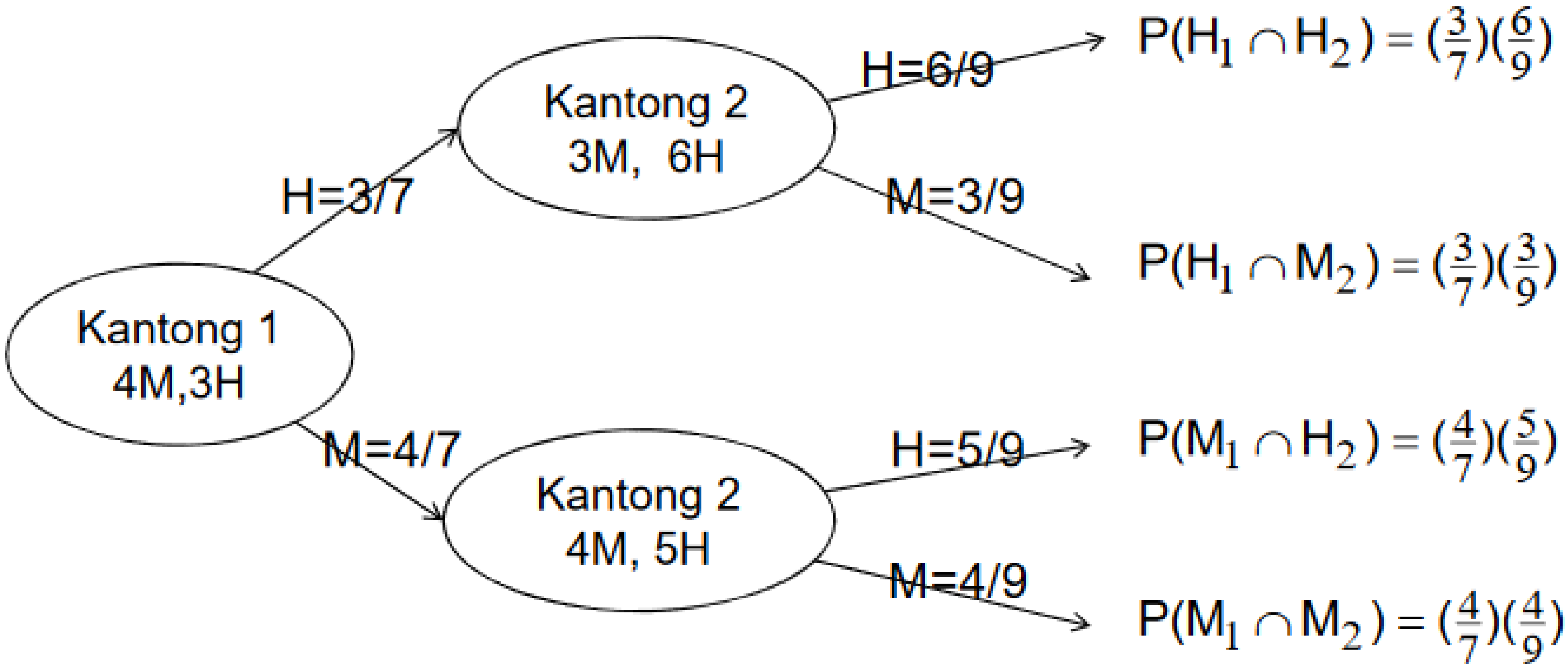
TREE DIAGRAM

a graph that is helpful in organizing calculations that involve several stages. Each segment in the tree is one stage of the problem. The branches of a tree diagram are weighted by probabilities.

Contoh :

Sebuah kantong berisi 4 bola merah dan 3 bola hitam, kantong kedua berisi 3 bola merah dan 5 bola hitam. Satu bola diambil dari kantong pertama, dan dimasukan ke kantong kedua tanpa melihat 24 hasilnya. Berapa probabilitasnya jika kita mengambil bola hitam dari kantong kedua?

Misalkan : H_1, H_2 dan M_1 masing-masing menyatakan pengambilan 1 bola hitam dari kantong 1, 1 bola hitam dari kantong 2 dan 1 bola merah dari kantong 1.
Kita ingin mengetahui dari kejadian terpisah $H_1 \cap H_2$ dan $M_1 \cap H_2$



DISTRIBUSI PELUANG

- Merupakan deskripsi peluang terjadinya setiap nilai dalam suatu populasi dari percobaan.
- Misal sejumlah N mata uang koin di tos, maka terdapat 2^N kejadian yang mungkin
- Peluang munculnya k elemen dari N elemen adalah :

$$C_k^N = \frac{N!}{k!\,(N-k)!}$$

C_k^N= kombinasi k elemen dari N elemen

k = 0,1,2,3,4 …..N

N = bilangan asli

Contoh soal :

Misal 5 buah koin ditos. Hitung peluang munculnya 2 gambar (2G)

$$C_k^N = \frac{N!}{k!\,(N-k)!} = \frac{5!}{2! * 3!} = 10$$

KURVA NORMAL

- DISTRIBUSI NORMAL : distribusi probabilitas diskrit jumlah keberhasilan dalam **n** percobaan yang saling bebas, dimana setiap hasil percobaan memiliki probabilitas **p**
- Apabila ditampilkan dalam bentuk grafis maka diperoleh kurva normal, yang menjelaskan suatu model distribusi dari sejumlah kemungkinan distribusi probabilitas

Banyak Koin	Peluang munculnya gambar								Jml Peluang	f_e
	0G	1G	2G	3G	4G	5G	6G	nG		
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$							1	$2^1 = 2$
2	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$						1	$2^2 = 4$
3	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$					1	$2^3 = 8$
4	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$				1	$2^4 = 16$
5	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$			1	$2^5 = 32$
6	$\frac{1}{64}$	$\frac{6}{64}$	$\frac{15}{64}$	$\frac{20}{64}$	$\frac{15}{64}$	$\frac{6}{64}$	$\frac{1}{64}$		1	$2^6 = 64$
7	$\frac{1}{128}$	$\frac{7}{128}$	$\frac{21}{128}$	$\frac{35}{128}$	$\frac{35}{128}$	$\frac{21}{128}$	$\frac{7}{128}$	$\frac{1}{128}$	1	$2^7 = 128$
	$\frac{C_0}{2^n}$	$\frac{C_1}{2^n}$	$\frac{C_2}{2^n}$	$\frac{C_3}{2^n}$	$\frac{C_4}{2^n}$	$\frac{C_5}{2^n}$	$\frac{C_6}{2^n}$	$\frac{C_7}{2^n}$	1	2^n

$$C_k^N = \frac{N!}{k!\,(N-k)!}$$

KURVA NORMAL

1 1	2
1 2 1	4
1 3 3 1	8
1 4 6 4 1	16
1 5 10 10 5 1	32
1 6 15 20 15 6 1	64
1 7 21 35 35 21 7 1	128
1 8 28 56 70 56 28 8 1	256
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1	512
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1	1024
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1	2048
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1	4096

$\boldsymbol{angka\ pembilang\ \ C_k}$

Dimana k = 0,1,2,3 dst

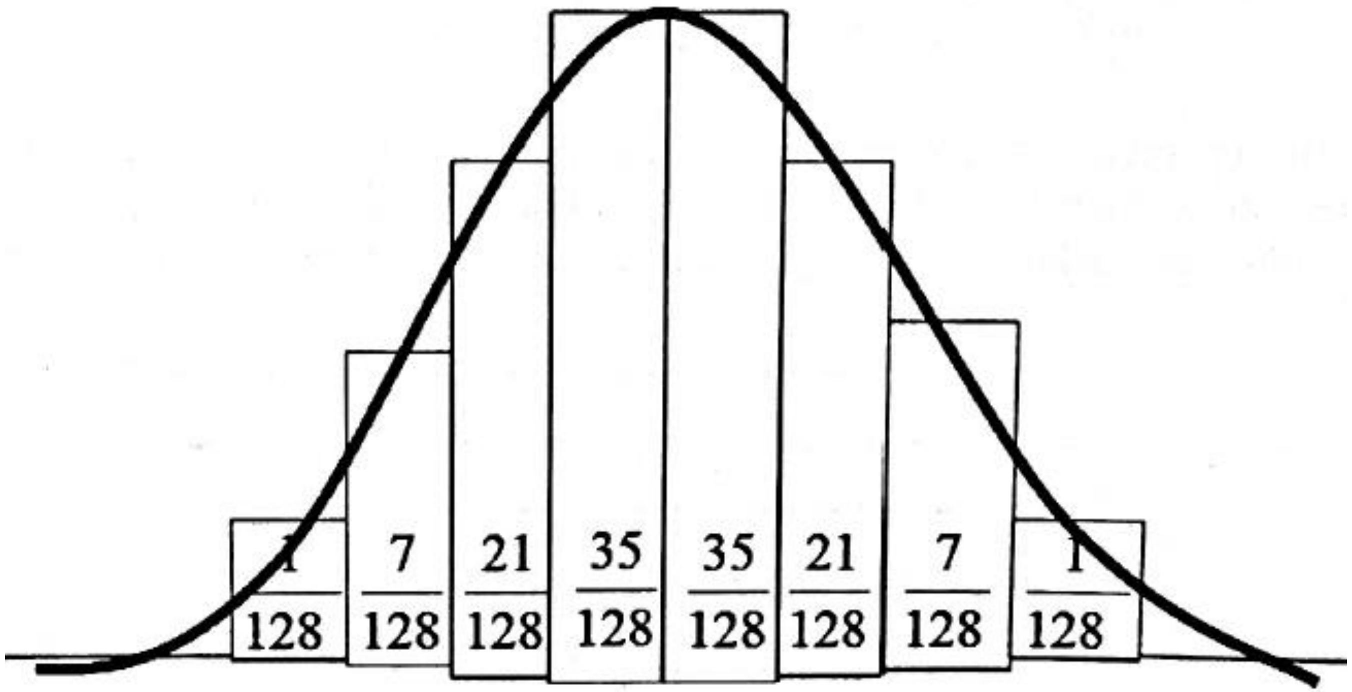
Angka penyebutnya = 2^N

Dimana N = jumlah koin yang ditos

$$DP = \frac{C_k}{2^N}\ dimana\ C_k = C_k^N$$

Disebut distribusi peluang binomial dengan variable diskrit

KURVA NORMAL



Gambar 6.1 Kurva Normal

DISTRIBUSI NORMAL

- Sering disebut juga **distribusi Gauss**, distribusi peluang kontinu yang paling banyak digunakan dan yang paling penting
- Grafiknya disebut KURVA NORMAL, dengan ciri-ciri :
  a) Grafik sellau di atas sb x
  b) Berbentuk simetris terhadap x = m
  c) Memiliki satu modus, terjadi pada x = m sebesar 0,3989/s
  d) Grafiknya mendekati sumbu di atas x dimulai dari x = m+3s ke kanan dan x = m- 3s ke kiri
  e) Luas daerah grafik selalu sama dengan satu unit persegi

DISTRIBUSI NORMAL

$$f(x) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} e^{\frac{1}{2S^2}(x-\bar{X})^2} ; -\sim < x << \sim$$

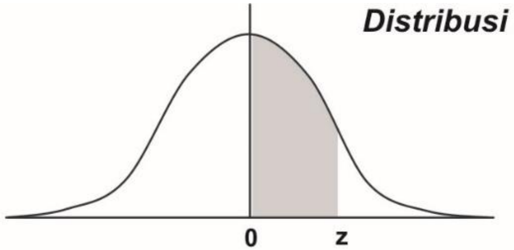
Ket : e = bilangan natural ; π = 3.14

- Untuk kepentingan praktis , rumus tersebut disusun dlaam sebuah daftar tabel → daftar **distribusi normal standar (baku),** yaitu distribusi normal dengan rata-rata $\bar{X}$ dan simpangan baku S

$$Z = \frac{x - \bar{X}}{S}$$

Kumulatif sebaran frekuensi normal
(Area di bawah kurva normal baku dari 0 sampai z)

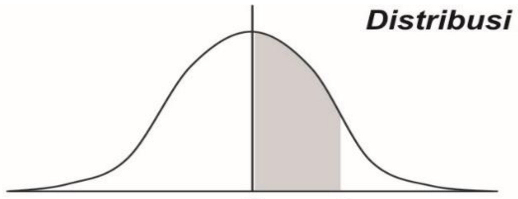
Distribusi Z



Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767

Kumulatif sebaran frekuensi normal
(Area di bawah kurva normal baku dari 0 sampai z)

Distribusi Z



Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000

Contoh soal

- Misalkan rata-rata penjualan mobil merek Yoyota diseluruh showroom se-Indonesia selama satu bulan adalah 6.5 dengan simpangan baku S = 0,9. jika jumlah showroom sebnayak 10.000 dan penjualan produk berdistribusi normal, tentukan :
  1) Banyak showroom yang mampu menjual lebih dari 8 unit
  2) Banyak showroom yang hanya mampu menjual kurang dari 5 unit
  3) Banyak showroom yang hanya mampu menjual 4-7 unit