

# DINAMIKA FLUIDA

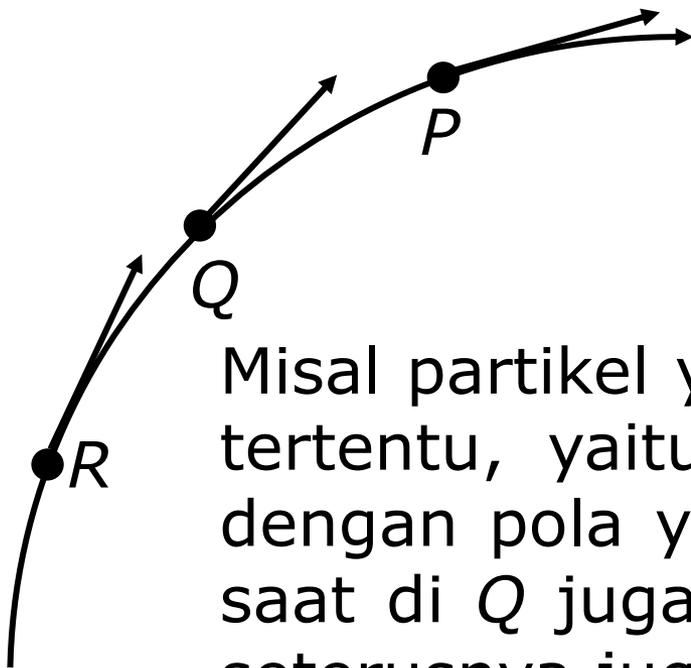
Hidrodinamika merupakan cabang mekanika yang mempelajari fluida bergerak (gejala tentang fluida cukup kompleks)

Pembicaraan fluida terdapat bermacam-macam antara lain:

- dari jenis fluida (kental dan tidak kental)
- dari aliran fluida laminar dan turbulen
- dari fluida mampat dan tidak mampat
- dari aliran rotasi dan tidak rotasi

Pembicaraan fluida menjadi relatif sederhana, jika aliran dianggap tunak (streamline atau steady)

Aliran fluida teratur, hal ini terjadi jika kelajuan serta gerakan tiap partikel pada posisi tertentu selalu sama (artinya partikel di belakangnya akan mengikuti pola aliran partikel di depannya)



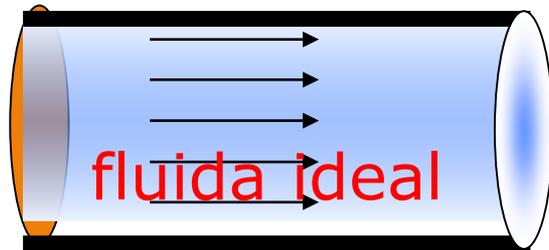
Sistem aliran tersebut dapat di gambarkan bentuknya seperti gambar di samping

Misal partikel yang lewat titik  $P$  memiliki pola tertentu, yaitu akan diikuti oleh partikel  $Q$  dengan pola yang sama saat di  $P$ . Partikel  $P$  saat di  $Q$  juga mengikuti pola seperti  $Q$  dan seterusnya juga berlaku untuk partikel  $R$

Aliran yang memiliki aturan seperti itu dinamakan aliran steady (tunak), dua aliran tunak tidak akan berpotongan

Jalan partikel dalam garis arus tertentu tidak akan ke luar dari garis arusnya

Aliran steady garis arus ( $RPQ$ ) mempunyai bentuk tetap (stasioner, streamline) dan tidak berubah sepanjang waktu (garis arus bukan fungsi waktu)



Aliran steady di dalam pipa (tabung) garis arusnya sejajar dinding tabung

Aliran dalam pada tabung, dengan diameter yang berbeda akan memiliki kelajuan yang berbeda

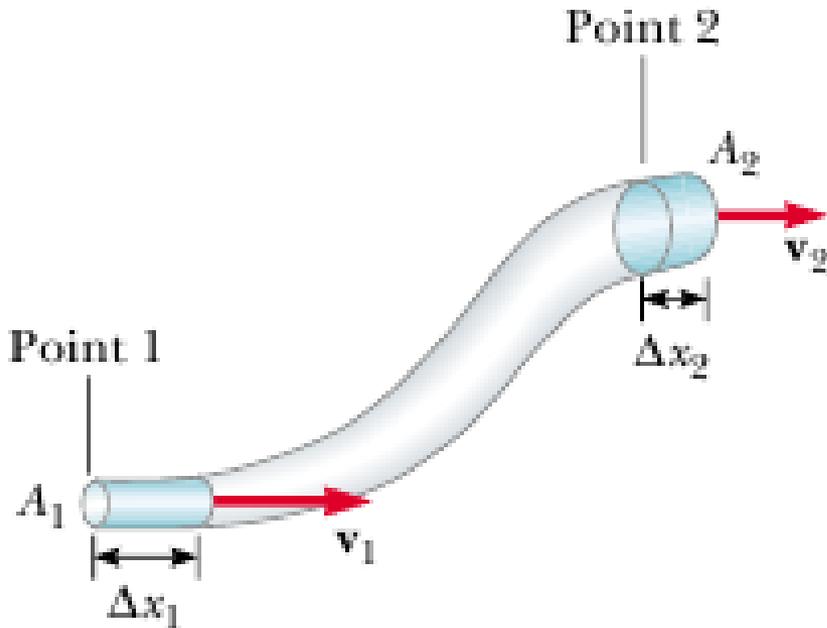
Kelajuan fluida pada penampang  $A_1$  adalah  $v_1$  dan dalam  $A_2$ ,  $v_2$

Dapat diartikan ada sejumlah massa dari keadaan (satu) berpindah ke keadaan (dua), jika waktu yang diperlukan untuk pindah  $\Delta t$  (karena aliran fluida steady), elemen massa fluida tersebut dari keadaan (awal/pertama)  $\Delta m_1 = \rho_1 A_1 v_1 \Delta t$  berpindah ke keadaan (akhir/ dua)  $\Delta m_2 = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$  adalah sama

Dari persyaratan tersebut berlaku,

$$\rho_1 A_1 v_1 \Delta t = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t \text{ atau } \rho A v = \text{tetap}$$

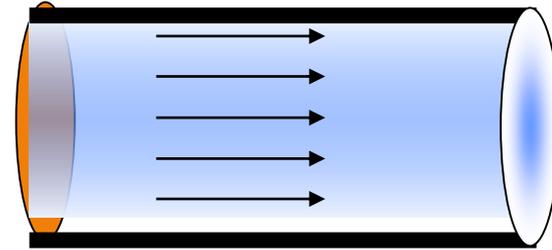
Persm di atas disebut persm kontinuitas



# Persamaan Kontinuitas

Syarat fluida ideal (Bernoulli):

1. Zat cair tanpa adanya geseran dalam (cairan tidak viskous)
2. Zat cair mengalir secara stasioner (tidak berubah) dalam hal  $\mathbf{v}$ , arah maupun besarnya (selalu konstan)
3. Zat cair mengalir secara steady yaitu melalui lintasan tertentu
4. Zat cair tidak termampatkan (incompressible) dan mengalir sejumlah cairan yang sama besarnya (kontinuitas)



Apabila fluida tidak kompresibel ( $\Rightarrow \rho_1 = \rho_2$ ),  
Persm kontinuitas menjadi,

$$A v = \text{tetap} \longrightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Perkalian kecepatan dengan penampang pipa disebut debit ( $Q$ ), satuam  $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ,

$$A v = Q$$

Contoh 4.

Fluida mengalir lewat tabung, dengan diameter berbeda. Fluida masuk pada diameter  $0,5 \text{ m}^2$  dan  $v = 50 \text{ m s}^{-1}$  serta ke luar ujung pipa yang lain diameter  $0,1 \text{ m}^2$ . Berapakah  $v$ -nya saat fluida ke luar dari pipa diameter  $0,1 \text{ m}^2$  tersebut ?

Penyelesaian

## Contoh

Fluida mengalir lewat tabung, dengan diameter berbeda. Fluida masuk pada diameter  $0,5 \text{ m}^2$  dan  $v = 50 \text{ m s}^{-1}$  serta ke luar ujung pipa yang lain diameter  $0,1 \text{ m}^2$ . Berapakah  $v$ -nya saat fluida keluar dari pipa diameter  $0,1 \text{ m}^2$  tersebut ?

Penyelesaian

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\rightarrow (0,5 \text{ m}^2)(50 \text{ m s}^{-1}) = (0,1 \text{ m}^2) v_2$$

$$\text{Ditemukan nilai } v_2 = 250 \text{ m s}^{-1}$$



Daniel Bernoulli

1700 - 1782

## Soal

Kecepatan darah melalui pembuluh aorta berjari-jari 1 cm adalah  $30 \text{ cm s}^{-1}$ . Hitunglah kecepatan rata-rata darah tersebut ketika melalui pembuluh kapiler masing-masing berjari-jari  $4 \times 10^{-4} \text{ cm}$  dan luas permukaan total  $2000 \text{ cm}^2$ .

## Penyelesaian

➤ **Kenapa kapal terbang yang berat bisa terbang di udara ?**

Ada daya angkat dari fluida

Kenapa perahu layar bisa mudah berbelok ?



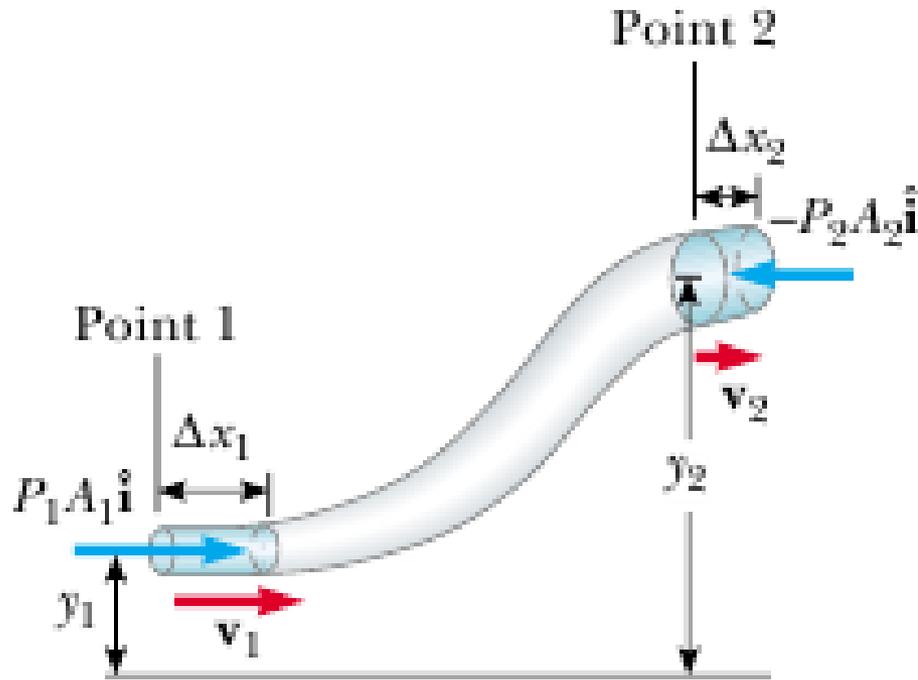
# Persamaan Bernoulli



Daniel Bernoulli  
Swiss Physiciest  
1667 - 1748

Persamaan Bernoulli, ialah persamaan kontinuitas dengan memasukkan unsur hukum kekekalan energi mekanik dalam persamaannya.

Misal keadaan ujung pipa (satu) memiliki data luas penampang  $A_1$ , kelajuan  $v_1$  dengan kedudukan posisi (penampang  $A_1$ ),  $y_1$  dan fluida terdorong oleh tekanan  $p_1$  arah ke kanan, (aliran dari kiri ke kanan).



Keadaan ujung pipa lain (kedua) memiliki data luas penampang  $A_2$  kelajuan  $v_2$  dengan kedudukan posisi (penampang  $A_2$ ),  $y_2$  dan fluida ditahan oleh tekanan  $p_2$  arah ke kiri

Aliran fluida dari keadaan (satu), menuju (dua) dalam kondisi ideal dan dianggap sebagai perpindahan elemen massa dari ujung (satu) menuju ujung lain (dua)

Perpindahan elemen (daerah  $\Delta x_1$ , keadaan 1) berpindah menuju (keadaan 2,  $\Delta x_2$ ), memiliki volume sama

( $\Delta x_1$  maupun  $\Delta x_2$  jarak pendek) sehingga berlaku,

$$A_1 (\Delta x_1) = A_2 (\Delta x_2).$$

Tekanan  $p_1$  dan  $p_2$  tetap (karena  $\Delta x_1$  dan  $\Delta x_2$  cukup pendek).

Kerja yang dilakukan  $\Delta W = \Delta(E_k + E_p)$  berlaku,

$$W_1 = p_1 A_1 (\Delta x_1) = p_1 V$$

dan  $W_2 = p_2 A_2 (\Delta x_2) = p_2 V.$

Massa jenis fluida  $\rho \rightarrow V = \frac{m}{\rho}$

Perpindahan fluida dari titik (1) ke titik (2) dianggap fluida yang tetap tidak mengalami penggantian (fluida yang berpindah adalah, fluida dalam batas  $\Delta x_1$  menuju  $\Delta x_2$ )

Kerja total (arah  $p$  berlawanan),

$$\Delta W = (p_1 - p_2) \frac{m}{\rho} = \Delta(E_k + E_p)$$

$$(p_1 - p_2) \frac{m}{\rho} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) + (m g y_2 - m g y_1)$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$\rho + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = \text{tetap}$$

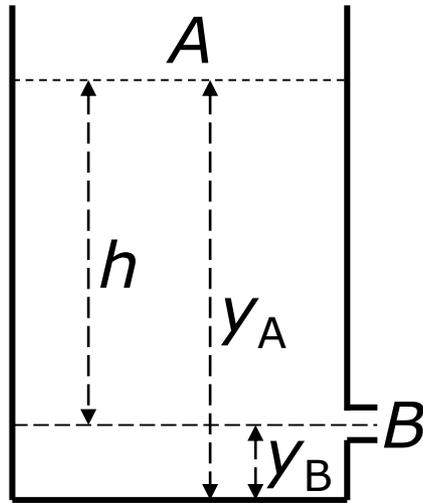
Persamaan di atas disebut persm Bernoulli

Besaran  $\rho + \rho g y$  merupakan tekanan statik dan  $\rho v^2$  tekanan dinamik



kenapa selembar kain tipis ditiup dari bagian atasnya, ternyata kain tersebut naik ke atas ?

## Contoh 5



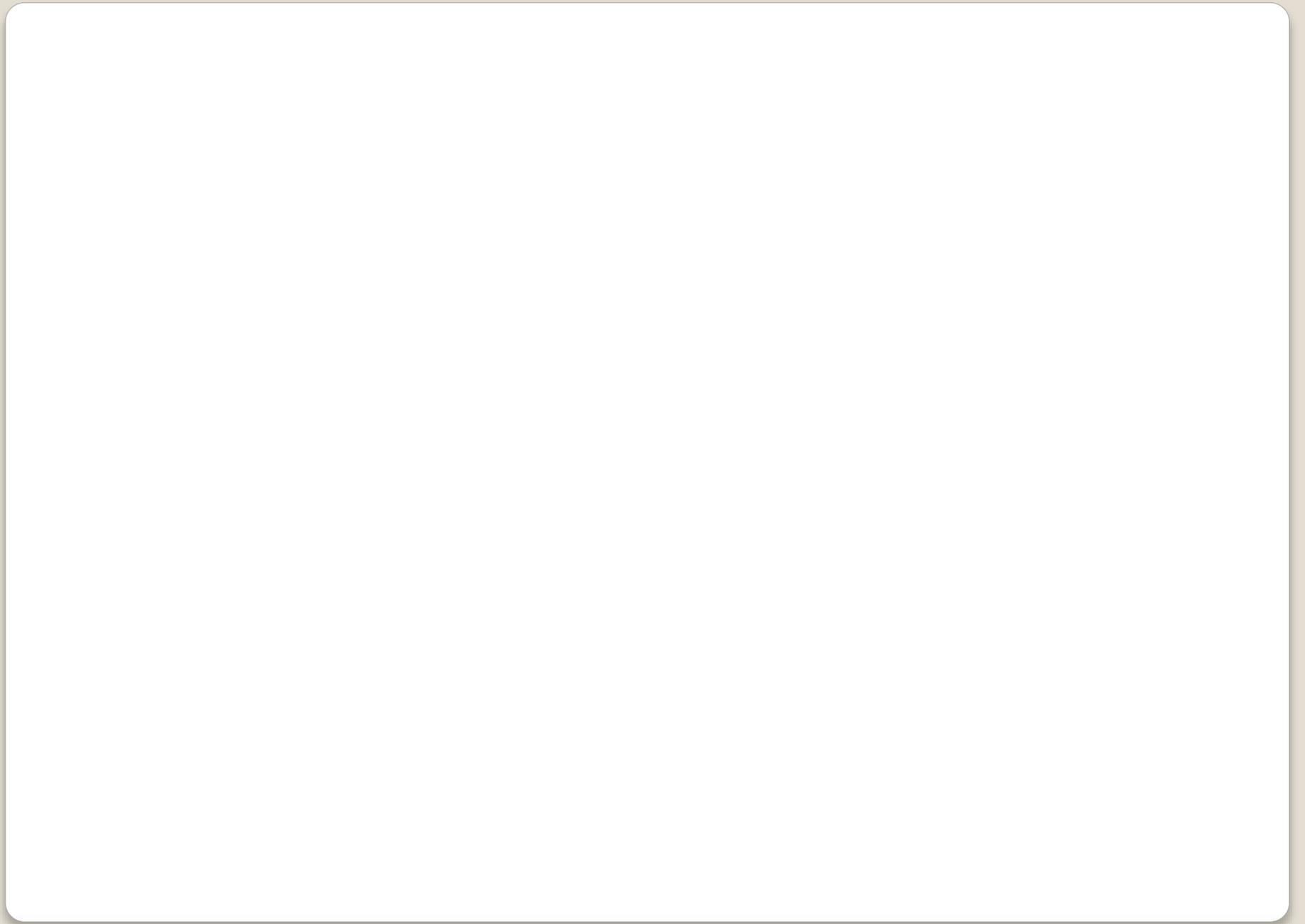
Tempat penampungan air berpipa (perhatikan gambar). Diandaikan tidak ada energi yang hilang dalam sistem, carilah kecepatan pada  $B$  (atau  $v_B$ )!

Penyelesaian

$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g y_A = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g y_B$$

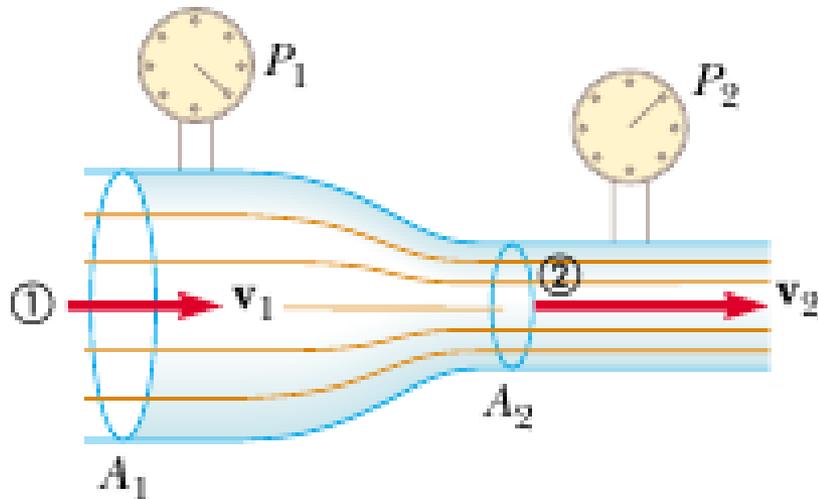
Pada  $A$  kecepatan sangat kecil ( $v_A = 0$ ),  $B$  kecepatan  $v_B$  bertekanan atmosfer (tekanan udara bebas). Sehingga persm menjadi,

$$\frac{1}{2} \rho v_B^2 = \rho g (y_A - y_B) = \rho g h \rightarrow v_B = \sqrt{2 g h}$$

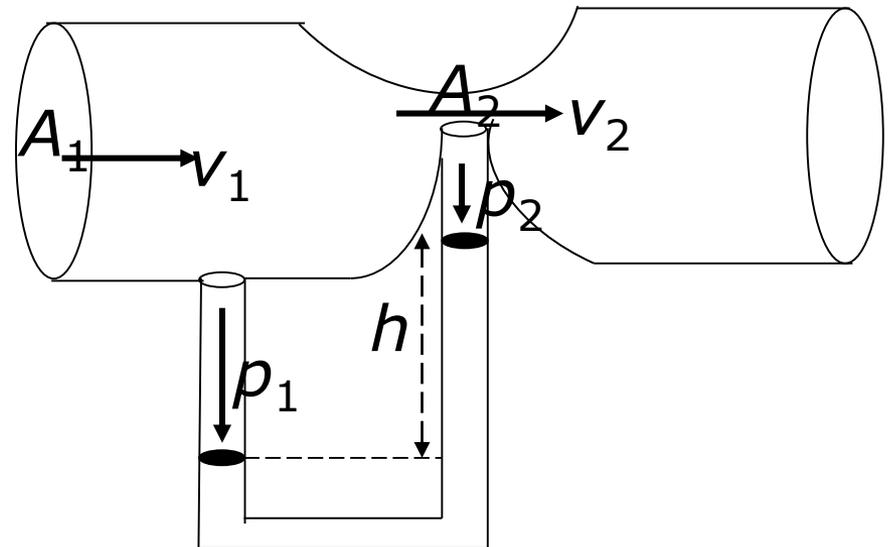


Alat didasarkan Persamaan Bernoulli.

Venturimeter



$$v_1 < v_2, p_1 > p_2$$



Venturimeter alat untuk mengukur kelajuan fluida

Tabung berbeda diameter yang dilengkapi barometer (bentuk dapat bervariasi)

Pipa mendatar diameter  $A_1$  (kecepatan  $v_1$ ) dan  $A_2$  (kecepatan  $v_2$ ). Pada diameter tersebut dipasang pipa  $U$  dan diisi Hg (kerapatan massa  $\rho$ )

Kecepatan fluida kiri berindeks (1) dan kanan berindeks (2)

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Berlaku pada posisi  $A_1$  dan  $A_2$ , dan pipa mendatar ( $y_1 = y_2$ )

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$\text{dan } v_2^2 = \frac{2}{\rho} (p_1 - p_2) + v_1^2$$

Karena  $A_1 v_1 = A_2 v_2 \rightarrow v_2^2 = \frac{2}{\rho}(p_1 - p_2) + \frac{A_2^2}{A_1^2} v_2^2$

$$v_2 = A_1 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$$

Kecepatan  $v_1 < v_2$  dalam pipa  $U$  terjadi perbedaan ketinggian Hg, pada  $A_1$  lebih rendah dari pada  $A_2$ ,

$$p_1 > p_2$$

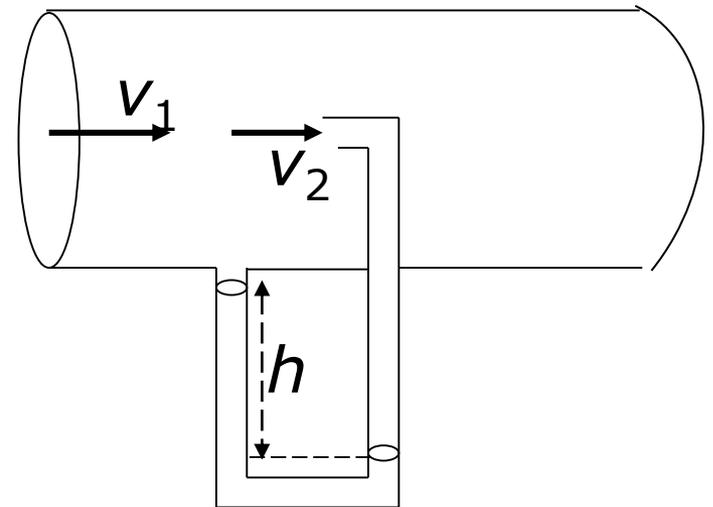
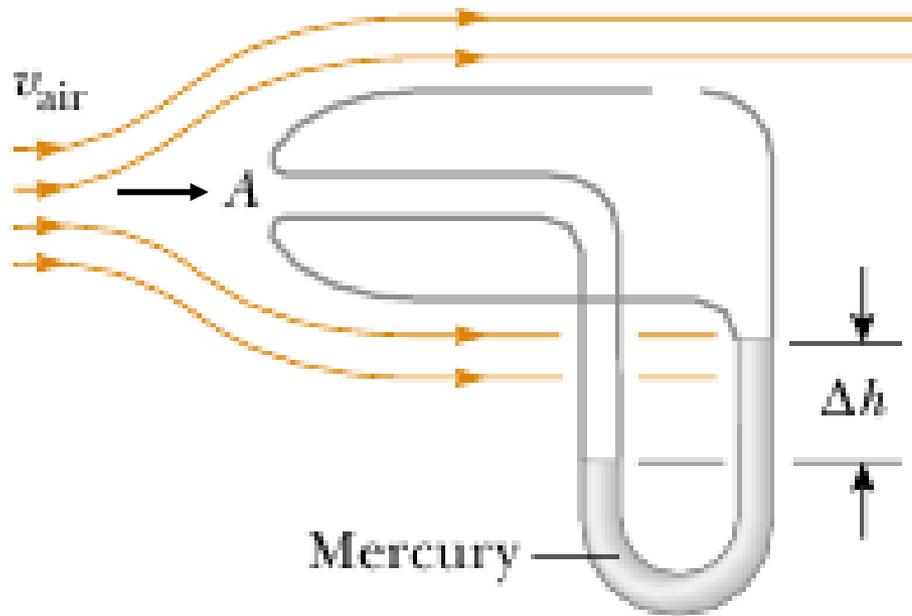
Tekanan  $p_1 = \rho' g h$  dan  $p_2 = \rho g h$ ,  $\rho$  kerapatan fluida bergerak sehingga,

$$p_1 - p_2 = (\rho' - \rho) g h$$

$$v_2 = A_1 \sqrt{\frac{2(\rho' - \rho) g h}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$$

# Tabung Pitot

Alat untuk mengukur kelajuan fluida (gas)



Alat terdiri dari tabung mendatar dengan dilengkapi barometer

Kecepatan gas pada pipa  $U$  (barometer),  $v_2$  atau  $v_A = 0$  (sempit) dan tekanan  $p_2$

Persamaan Bernoulli berbentuk,  $p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2$

Selisih tekanan,  $p_2 - p_1$  ditentukan oleh selisih tinggi Hg dalam pipa U yaitu  $\rho' g h$

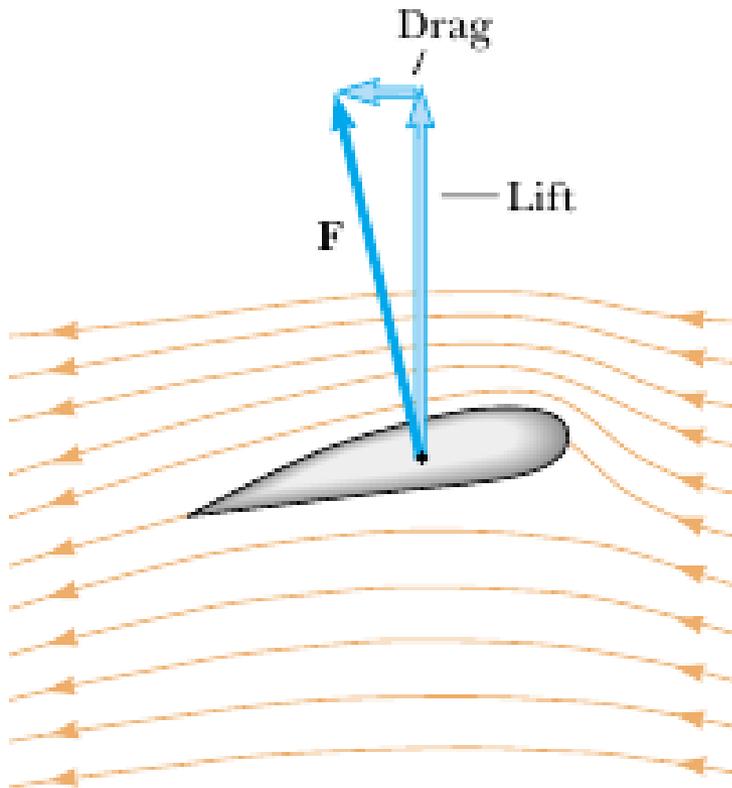
Jika  $v_1 = v_{\text{gas}} = v$ , diperoleh bentuk

$$v = \sqrt{\frac{2 \rho' g h}{\rho}}$$

Koreksi persamaan di atas menjadi,  $v = \sqrt{\frac{2(\rho' - \rho) g h}{\rho}}$

# Postur Sayap Pesawat Terbang

Profil sayap pesawat terbang, bagian bawah datar dan bagian atas lengkung dengan bagian depan tinggi dari pada bagian belakang (bagian belakang lebih rendah)



Persamaan Bernoulli, lewat postur sayap pesawat terbang memberikan daya angkat pada pesawat, saat pesawat tersebut lari untuk naik. Keadaan tersebut dipertajam dengan merendahkan bagian belakang (pesawat ditukikkan ke atas)

Kecepatan angin bagian atas lebih besar dari bagian bawah ( $v_{atas} > v_{bawah}$ ) akibatnya tekanan bagian atas lebih kecil dari bagian bawah

Mekanisme pesawat terbang naik lewat persamaan Bernoulli, memberikan dorongan ke atas saat pesawat akan naik

$$(p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h)_{atas} = (p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h)_{bawah}$$

Dengan menganggap bagian sayap atas dan bawah tipis nilai  $(\rho g h)$  sama sehingga,

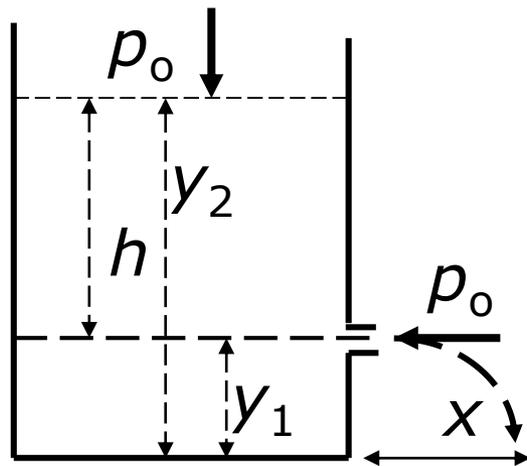
$$(p + \frac{1}{2} \rho v^2)_{atas} = (p + \frac{1}{2} \rho v^2)_{bawah}$$

Karena  $v_{atas} > v_{bawah}$  akhirnya  $p_{atas} > p_{bawah}$

Akibatnya, pesawat akan terangkat

# Teorema Torricelli

Tangki cukup besar terisi zat cair (air). Tekanan di atas permukaan  $p_0$  (tekanan udara luar)



Dinding bawah berlubang terletak sejauh  $h$  dari permukaan. Tekanan pada permukaan  $p_0$  (hubungan udara luar). Permukaan air dipertahankan tetap atau ( $v = 0$ ) kecepatan air ke

luar dapat dinyatakan  $v = \sqrt{2 g h}$

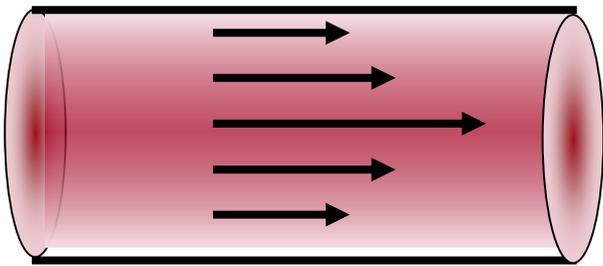
$$t = \sqrt{(2 y_1)/g} , x = [\sqrt{2 g (y_2 - y_1)}][\sqrt{(2 y_1)/g}]$$
$$= 2 \sqrt{(y_2 y_1 - y_1^2)}$$

Jangkauan maksimum, jika  $dx/dy_1 = 0$ ,

$$\frac{dx}{dy_1} = \frac{y_2 - 2y_1}{\sqrt{y_2 y_1 - y_1^2}} = 0 \rightarrow y_1 = \frac{1}{2} y_2$$

# Fluida Kental (Nyata)

Fluida kental (fluida yang memiliki viskositas) melakukan gesekan dengan tempat fluida tersebut mengalir



Di dalam tabung aliran fluida kental kecepatan titik-titik pada suatu penampang tidak selalu sama (kecepatan partikel dekat dinding dapat dianggap nol)

Alat ukur kekentalan fluida dinamakan viskosimeter

# Bilangan Reynolds



Reynolds  
1842 - 1912

Nilai bilangan Reynolds menentukan bentuk aliran fluida kental

Hasil percobaan menyatakan ada empat faktor (besaran) yang menentukan nilai bilangan Reynolds ( $N_R$ )

$$N_R = \frac{\rho v D}{\eta}$$

Bilangan reynolds, tergantung pada ( $\rho$ ) rapat massa, ( $\eta$ ) kekentalan, ( $v$ ) kecepatan fluida dan ( $D$ ) diameter pipa aliran

Nilai bilangan Reynolds  $< 2000$  aliran fluida bersifat laminar,

$N_R > 3000$  aliran fluida turbulen (kecepatan dekat pusat pipa cukup besar dan terjadi pusaran

$N_R$  antara 2000 – 3000 fluida mengalami aliran transisi (berubah laminar  $\rightarrow$  turbulen atau turbulen  $\rightarrow$  laminar)

# Gerak Fluida Kental Dalam Pipa

Persamaan Bernoulli, tidak berlaku untuk aliran fluida kental, karena terdapat gesekan

Sebagian kerja yang dilakukan untuk menggerakkan fluida, digunakan untuk mengatasi kerja gaya geseran

Energi hilang karena geseran di sebut head (selisih besaran tertentu) hilang (geseran)

$$\left( \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \right) = (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} \left( \frac{v_2^2 - v_1^2}{g} \right)$$

Suku sebelah kiri disebut head tekanan dan suku sebelah kanan disebut head ketinggian dan head kecepatan

Dalam hal khusus fluida kental mengalir dalam pipa berpenampang lintangan homogen berlaku ( $v_1 = v_2 = v$  diameter pipa  $D$  dan panjang pipa  $L$ )

Apabila tanpa geseran perbedaan tekanan antara kedua ujung  $L$  hanya disebabkan beda tinggi (perhatikan persamaan Bernoulli di atas)

Jika dimasukkan unsur geseran (karena fluida kental) harus dimasukkan head gesekan

$$\left( \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \right) = \left( \frac{\Delta p}{\rho g} \right) = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

$v$  kecepatan rata-rata  $f$  faktor geseran (merupakan fungsi bilangan Reynolds)

Persamaan gerak fluida kental menjadi,

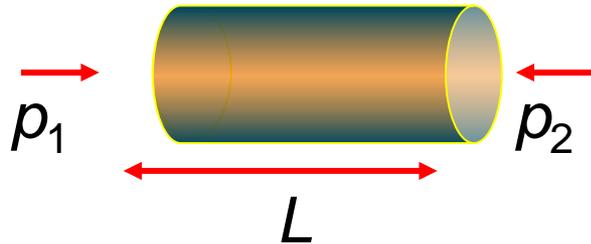
$$\left( \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \right) = (h_2 - h_1) + f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

Fluida beraliran laminar ( $N_R < 2000$ ) dan turbulen jika ( $N_R > 3000$ ) dan faktor gesekan diberikan oleh persamaan,

$$f = \frac{64}{N_R}$$

Fluida beraliran turbulen persoalannya menjadi lebih sulit lagi

# Viskositas



$Q$  debit alir (volume per detik),

$$\frac{V}{t} = \frac{4\pi^4(p_1 - p_2)}{8\eta L} \longrightarrow Q = \frac{4\pi^4(p_1 - p_2)}{8\eta L}$$

$\eta$  = Viskousitas =  $10^{-3}$  Pa (air), =  $3 - 4 \cdot 10^{-3}$  Pa (darah)

$r$  = jari-jari pembuluh

$L$  = panjang

$p$  = tekanan

$V$  = volume dan  $t$  = waktu

Debit aliran fluida dipengaruhi oleh tahanan yang tergantung pada:

- . panjang pembuluh,
- . diameter pembuluh
- . Viskousitas/kekentalan zat cair (pada darah normal kekentalan 3,5 kali air
- . tekanan

Mengapa aliran darah penderita anemia sangat cepat?

## Soal

Oli mesin dengan viskositas  $0,2 \text{ N s m}^{-2}$  dilewatkan pada sebuah pipa berdiameter  $1,8 \text{ mm}$  dengan panjang  $5,5 \text{ cm}$ . Hitunglah beda tekanan yang diperlukan untuk menjaga agar laju alirannya  $5,6 \text{ m L (menit)}^{-1}$ !

## Penyelesaian